

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЖИТОМИРСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
КАФЕДРА БІОМЕДИЧНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ

УДК 627.722

«Допущено до захисту»

Завідувач кафедри біомединої
інженерії та телекомунікацій
к.т.н., доц. Нікітчук - Т.М.

« 15 » 12 2020 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на тему «Дослідження методів виявлення радіосигналів системи контролю
повітряного руху»

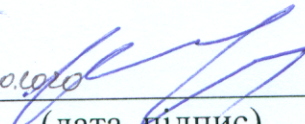
**за спеціальністю 172 «Телекомунікації та радіотехніка»
освітній ступінь «магістр»**

Виконавець роботи
студент 2 курсу, гр.ТРМ-19-1

15.12.2020 
(дата, підпис)

Мельник В.О.

Керівник роботи
к.т.н., доц.

15.12.2020 
(дата, підпис)

Ципоренко В.Г.

Житомир
2020

«Затверджено»

Завідувач кафедри біомедичної
інженерії та телекомунікацій

Т.М. Нікітчук

« 15 » 06 2020 р.

**Завдання
на кваліфікаційну магістерську роботу**

Мельник Владислав Олександрович
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи «Дослідження методів виявлення радіосигналів системи контролю повітряного руху»

затверджено наказом по університету від «16» 10 2020 р. № 366/с

2. Мета дослідження дослідження ефективності методів виявлення радіосигналів

3. Вихідні дані (характеристики об'єкта, умов дослідження та ін. дослідити методи виявлення: знаковий, лінійний, медіанний; види завад - гаусова, лапласа

4. Основні задачі дослідження огляд науково-технічних джерел; розробка математичної експериментальної дослідження методів виявлення

5. Термін подання роботи до захисту грудень 2020

6. Дата видачі завдання « 15 » 06 2020 р.

Науковий керівник

(підпис)

Завдання прийняв
до виконання

(підпис)

Викоренко ВТ
(прізвище, ініціали)

Мельник В.О.
(прізвище, ініціали)

АНОТАЦІЯ

Магістерська робота присвячена проблемам виявлення сигналу із суміші сигналу та шуму. Розглянуто найбільш поширені види завад та оптимальні алгоритми виявлення сигналів на їх фоні.

Розроблено математичний алгоритм виявлення сигналів. Проведено програмне моделювання із метою дослідження характеристик алгоритмів виявлення сигналів у випадках їх неоптимального використання відносно розподілу завад.

ANNOTATION

Master's degree work is sanctified to the problems of exposure of signal from mixture of signal and noise. The most widespread types of hindrances and optimal algorithms of exposure of signals are considered on their background.

A mathematical algorithm for signal detection has been developed. The software modeling is carried out for the purpose of research of characteristics of algorithms of detection of signals in cases of their suboptimal use concerning distribution of noise.

РЕФЕРАТ

Магістерська робота містить 73 сторінки, 28 рисунків, 4 таблиці, 20 джерел посилання.

Ключові слова: асимптотичні оптимальні алгоритми, рангові алгоритми, післядетекторна обробка, некогерентне приймання, виявлення вузько смугового сигналу, коефіцієнт відносної асимптотичної ефективності, ймовірність виявлення.

Метою роботи є аналіз існуючих алгоритмів виявлення радіосигналів на фоні завад та можливість і ефективність використання «неоптимальних» алгоритмів відносно типу завади.

В першому розділі проведено порівняльний аналіз виявлення радіосигналів з суміші сигнал-завада. Виявлено переваги та недоліки цих алгоритмів. Поставлені завдання на подальшу роботу.

В другому розділі описано математичний апарат методів видалення завад.

В третьому розділі проведено моделювання за описаними алгоритмами, отримані практичні результати.

В висновках описані основні результати дослідження отримані в магістерській роботі.

Теоретичне та практичне значення одержаних результатів:

1. Розроблено математичний апарат моделювання алгоритмів виявлення сигналів.
2. Розроблено алгоритм проведення моделювання та програмна модель на основі цього алгоритму.
3. Досліджено ймовірності виявлення сигналу на фоні завад та можливість використання неоптимальних до розподілу завад алгоритмів виявлення.
4. Досліджено можливість роботи в високочастотному та низькочастотному діапазоні.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ СКОРОЧЕНЬ

С - сигнал

С/Ш – відношення сигнал/шум

РТС - радіотехнічна система

КАВЕ – коефіцієнт асимптотичної відносної ефективності

ПП - пороговий пристрій

РУ - вирішальний пристрій

К - корелятор

ПВ - правильне виявлення

ЛТ - ложка тревога

ПС - пропуск сигналу

КВ - квадратор

АО - асимптотично оптимальний

СКО – середньоквадратичне відхилення

НП - Нейман-Пірсон

ФНЧ - фільтр нижніх частот

НЧ - низькочастотна складова

ВЧ - високочастотна складова

ВСТУП

При проектуванні пристроїв прийому і обробки радіосигналів необхідно враховувати дію завад в каналі. Завади за характером виникнення діляться на внутрішні і зовнішні. Внутрішні завади обумовлені дією шуму в антені і вхідних колах радіоприймального пристрою. Цей шум є широкосмуговим випадковим процесом, спектральна щільність якого постійна в широкому діапазоні частот. Зовнішні завади обумовлені електромагнітними процесами в атмосфері, випромінюваннями енергетичних установок, радіоелектронних засобів. *Актуальність роботи* обумовлена тим, що врахування впливу завад з різними характеристиками може істотно підвищити якість інформації, що виділяється в результаті прийому і обробки радіосигналів.

В залежності від джерела походження завади характеризуються різними законами розподілу. Існують алгоритми, що враховують ці особливості. Однак існуючі алгоритми ефективні лише для боротьби із обмеженим типом завад.

Мета роботи - оцінка завадостійкої асимптотично оптимальних і рангових пристроїв виявлення сигналу по коефіцієнту відносної асимптотичної ефективності в умовах до і після детекторної обробки при некогерентному прийомі.

Об'єктом дослідження є процеси що впливають на якість радіосигналів в системі контролю повітряного руху, а саме асимптотично оптимальні і рангові алгоритми виявлення сигналу - знаковий, лінійний, медіанний і алгоритм Ван-дер-Вардена.

Предметом дослідження є алгоритми виявлення радіосигналів в системі контролю повітряного руху.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні *задачі*:

1. Провести порівняльний аналіз алгоритмів виявлення радіосигналів з суміші сигнал – завада.

2. Розробити математичний апарат моделювання алгоритмів виявлення сигналів.

3. Розробити алгоритм проведення моделювання та програмну модель на основі цього алгоритму.

4. Дослідити ймовірності виявлення сигналу на фоні завад та можливість використання неоптимальних до розподілу завад алгоритмів виявлення.

4. Провести дослідження можливості роботи радіоапаратури в високочастотному та низькочастотному діапазоні.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД ТА АНАЛІЗ ВІДОМИХ МЕТОДІВ ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ В СУМІШІ СИГНАЛУ ТА ШУМА

При реалізації процедур виявлення або розділення сигналів результатом обробки має бути ухвалення відповідного рішення. Так, у разі виявлення необхідно прийняти рішення відносно того, чи є присутнім в сигналі $x(t)$, що поступає на вхід пристрою обробки, корисний сигнал $S_0(t)$ або ж $x(t)$ є тільки завадою. При цьому вхідний сигнал за наявності корисного сигналу представляється у вигляді:

$$x(t) = \mu \cdot S_0(t) + n(t), \quad (1.1)$$

де $n(t)$ - адитивна завада;

μ - коефіцієнт затухання сигналу в його поширенні.

Будь-які методи ухвалення рішення або стратегії ухвалення рішення зводяться кінцем кінцем до того, що безліч усіх можливих реалізацій вхідного випадкового процесу $\xi(t)$ (реалізацією якого є сигнал $x(t)$) на інтервалі аналізу T_a розбивається на m підмножин, що не перетинаються, кожному з яких ставиться у взаємно однозначну відповідність те або інше рішення.

Залежно від того, якій з вказаних підмножин належить відрізок $x(t)$ реалізації, що аналізується, виноситься відповідне рішення про те, що прийнятим є деякий сигнал $S_i(t)$ з безлічі можливих $S_r(t)$. У окремому випадку виявлення сигналу $S_0(t)$ є лише дві такі підмножини, так що приймається одно з двох можливих рішень : «сигнал $S_0(t)$ існує» або «сигнал $S_0(t)$ не існує».

Таким чином, задача ухвалення рішення зводиться до задачі перевірки

статистичної гіпотези про приналежність аналізованої реалізації $x(t)$ тій або іншій підмножині [1].

Основним для усієї проблеми вибору статистичних рішень є визначення структури пристрою прийняття рішення, що зводиться до синтезу алгоритмів ухвалення рішень при проведенні радіотехнічних експериментів [2].

Таким чином, різні алгоритми більшою чи меншою мірою оптимальні в тих або інших умовах завад. У цій роботі ставиться завдання моделювання і дослідження стійкості асимптотично оптимальних і рангових алгоритмів при некогерентному прийомі до зміни розподілу перешкоди виду

$$\omega_1(x;0) = C \cdot e^{-|x|^\alpha}, \quad (1.2)$$

1.1 Огляд публікацій, в яких започатковано вирішення проблеми розробки алгоритму приймання радіосигналів

Задача вибору оптимального алгоритму приймання сигналу при наявності на вході приймача суміші сигнал/шум є актуальною задачею. Існує багато підходів для вирішення цієї задачі.

Так, наприклад, в роботі [8] розглянута адаптація непараметричних критеріїв в умовах залежних початкових даних. Запропонований підхід до рішення задачі адаптації, що полягає у використанні спеціальних показників залежності спостережень, стійких до зміни виду розподілу початкових даних, до оцінки цих показників і до знаходження розподілу рангів з урахуванням отриманих оцінок.

У іншому джерелі отримані вирази для математичного очікування, дисперсії і умовної вірогідності перевищень досліджуваними відліками сигналів завадо-шумових відліків знакового і рангового пристрою виявлення

Неймана-Пірсона, які дозволяють здійснити розрахунки характеристик пристрою виявлення в умовах спільної дії шуму і потоку перешкод з довільними законами розподілу [9].

Також запропоновані алгоритми стабілізації вірогідності ЛТ з використанням апарату порядкових статистик в статті [10], обчислення медіани і середнього значення шуму, що мають малі обчислювальні витрати і ефективно працюють в складних умовах завад.

У роботі [11] синтезовані оптимальні знаковий і ранговий прострої виявлення Неймана-Пірсона в умовах спільної дії шуму і розмитого (інтенсивного) потоку перешкод, внаслідок чого отримані точні вирази співвідношення правдоподібності.

У статті отримані вирази для ймовірності ЛТ і ПВ при використанні 2х порогового пристрою виявлення радіосигналу за наявності імітуючих завад і шуму гауса [12]. Показано, що селективні властивості пристрою виявлення по відношенню до імітуючих завад знижуються при значеннях коефіцієнта кореляції сигналу і завади більше 0,6, і практично втрачаються при значеннях більше 0,9.

У публікації [13] проведений огляд основних вирішальних процедур, які дозволяють виявити сигнал на фоні шумів з невідомим розподілом (випадку непараметричної апріорної невизначеності), зберігаючи при цьому постійною ймовірність помилки першого роду. Зроблена оцінка ефективності деяких з них, отримані результати зіставлені з характеристиками потенційно оптимального байесовського пристрою виявлення при тому ж об'ємі вибірки.

У наступній статті досліджувався завадостійкий пристрій виявлення радіосигналів в каналах зв'язку з апріорі невідомими характеристиками замирань за допомогою імітаційного статистичного моделювання [14]. Цей підхід можна використати для оцінки завадостійкого та інших пристроїв виявлення сигналів в радіотехнічних системах.

Також у багатьох джерелах досліджується завадостійкість різних

пристроїв виявлення, наприклад в статті [15] досліджується завадостійкість рангового пристрою виявлення послідовності (пачки) імпульсів з невідомим законом флуктуацій. Закон розподілу завади також невідомий.

Передбачається післядетекторна (некогерентна) обробка сигналу. Якщо сигнал є, то вважається, що він може знаходитися тільки в останньому з ділянок роздільної здатності по дальність або азимуту. В якості об'єкта дослідження взято рангове правило Вилкоксона, яке ґрунтується на сумі рангів.

У статті [16] приведений метод оцінки вірогідності правильного виявлення Байєсовського алгоритму при неточно відомій щільності розподілу вірогідності. Отримано вираз для оцінки величини помилки, яка залежить від міри неточності апріорі-відомої щільності розподілу. Приведені імовірнісні характеристики для декількох значень об'єму вибірки.

Також було розглянуто двухетапне правило виявлення некогерентної пачки імпульсів в роботі [17].

У статті [18] синтезований ранговий пристрій виявлення імпульсного сигналу в умовах апріорної невизначеності потужності і функції щільності розподілу вірогідності шуму. Отримані імовірнісні характеристики.

У [19] отримані імовірнісні характеристики пристрою виявлення радіосигналу з невідомими параметрами в шумах невідомої потужності. Правило виявлення оптимальне за критерієм Неймана-Пірсона. Проведена оцінка ефективності правила методом Монте-Карло.

У [20] за допомогою імітаційного моделювання отримані графічні характеристики потужності правила когерентного виявлення вузькосмугового сигналу з невідомою частотою.

1.2 Огляд алгоритмів виявлення сигналів

Асимптотично оптимальні алгоритми виявлення сигналів

Оптимальним називатимемо такий алгоритм виявлення, який при фіксованій ймовірності ЛТ забезпечує при заданому розмірі вибірки n мінімальну вірогідність $P_{\text{пс}}$ пропуску сигналу $\lambda_{\text{нс}}(t)$ (критерій Неймана-Пірсона). Тоді асимптотично оптимальним (АО) буде такий алгоритм, якщо для будь-якого іншого алгоритму виконується співвідношення:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [P_{\text{пс}} - P_{\text{пс}}^{\text{АО}}] \geq 0, \quad (1.3)$$

де n - розмір виборки,

$P_{\text{пс}}^{\text{АО}}$ - мінімальна ймовірність пропуску сигналу при обробці за допомогою асимптотично оптимального алгоритму,

$P_{\text{пс}}$ - мінімальна ймовірність пропуску сигналу при використанні будь-якого іншого алгоритму.

Основною ідеєю асимптотично оптимальних алгоритмів виявлення сигналів на фоні завад являється знаходження асимптотично достатньої статистики, розподіл якої зводиться до нормального. Така статистика існує за умови факторизації відношення правдоподібності, а, отже, при рівності логарифма відношення правдоподібності сумі випадкових величин.

Можливо припустити, що якщо у відоме оптимальне правило вибору рішення для нормальних розподілів підставити асимптотично достатню статистику, то вийде асимптотично оптимальний алгоритм виявлення сигналів на фоні завад широкого класу, від розподілу яких залежатиме тільки пристрій формування достатньої статистики.

Розглянемо асимптотичні розкладання логарифма правдоподібності. Нехай $x = (x_1, \dots, x_n)$ - незалежна вибірка з реалізації $x(t)$, де $x_i = x(t_i)$, $i = 1, \dots, n$.. Перевіряється гіпотеза H про те, що вибірка однорідна і

належить розподілу завади $\omega_1(x_i; 0)$ проти альтернативи K про те, що елемент вибірки x_i належить розподілу $\omega_1(x_i; \lambda_n s(t_i))$ суміші детермінованого сигналу $\lambda_n s(t)$ з завадою. Оптимальний алгоритм перевірки виявлення детермінованого сигналу на фоні стаціонарної незалежної завади полягає порівняно з порогом відношення правдоподібності

$$l(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \omega_1(x_i; \lambda_n s(t_i)) / \omega_1(x_i; 0) \quad (1.4)$$

або (з урахуванням монотонності логарифмічної функції логарифма) відношення правдоподібності

$$\ln l(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \ln [\omega_1(x_i; \lambda_n s(t_i)) / \omega_1(x_i; 0)] \quad (1.5)$$

який являє собою при будь-якому n достатню статистику в задачі перевірки статистичних гіпотез [1].

Синтез асимптотично оптимальних алгоритмів виявлення сигналів на фоні завад якраз і оснований на дослідженні асимптотичного розкладання логарифма відношення правдоподібності при необмеженому збільшенні розміру вибірки, а так само при прагненні амплітуди даного сигналу $\lambda_n s(t)$ до нуля і $\lambda_n \sqrt{n} = \gamma$ (γ - позитивна константа).

Сформулюємо умови, яким повинна задовольняти щільність вірогідності суміші сигналу з перешкодою. Позначимо через $\mathcal{G}$ параметр функції $\omega_1(x_i; \lambda_n s(t_i))$

$$\mathcal{G} = \lambda_n s(t_i) = \gamma s / \sqrt{n} \quad (1.6)$$

де $s = s(t)$ - значення (нормоване) сигналу в довільний момент часу.

Вимагатимемо, щоб щільність ймовірності $\omega_1(x_i; \vartheta)$ задовольняла наступним умовам: $\omega_1(x_i; \vartheta)$ безперервна по ϑ в точці $\vartheta=0$ рівномірно по усіх значеннях x , не перетворюється на нуль в області можливих вибірових значень і допускає наступне розкладання

$$\omega_1(x_i; \vartheta) = \omega_1(x_i; 0) \left[1 + \vartheta f(x) + \vartheta^2 \delta(x, \vartheta) \right], \quad (1.7)$$

$$\text{де } f(x) = \frac{1}{\omega_1(x_i; 0)} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \omega_1(x_i; \vartheta) \Big|_{\vartheta=0}, \quad f(x) \equiv 0, \quad (1.8)$$

$$\text{та, } I_f = m_1 \{ f^2(x) | H \} = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) \omega_1(x; 0) dx < 0 \quad (1.9)$$

$$m_1 \{ f(x) | H \} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \omega_1(x; 0) dx = 0 \quad (1.10)$$

Причому для будь-якого $\varepsilon > 0$ завжди знайдеться таке ϑ_0 , що

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta^2(x; \vartheta) \omega_1(x; 0) dx < \varepsilon, \quad |\vartheta| < \vartheta_0.$$

За вказаних умов логарифм відношення правдоподібності допускає наступне асимптотичне розкладання

$$\ln l(x_1, \dots, x_n) = \frac{\gamma}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i f(x_i) - \frac{\gamma^2}{2} I_f W_s + \alpha_n \left(x, \frac{\gamma}{\sqrt{n}} s \right), \quad (1.11)$$

де W_s – потужність сигналу, а саме:

$$W_s = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_i^2 \approx \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt, \quad W_s < \infty.$$

Залишковий член α_n в отриманому розкладанні (1.11) прагне до нуля по ймовірності при $n \rightarrow \infty$ як при гіпотезі H , так і при альтернативі до неї. З (1.11) також видно, що асимптотичні властивості логарифма відношення правдоподібності визначаються в основному лінійним членом, тобто статистикою:

$$y(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i f(x_i). \quad (1.12)$$

Статистика (1.12) по центральній граничній теоремі асимптотично нормальна, оскільки передбачається, що величини, які додаються, незалежні і що при досить великому числі n для реальних сигналів відношення дисперсії будь-якого доданку $s_i^2 I_f / n$ до дисперсії суми $W_s I_f$ менше будь-якої довільно малої величини.

З (1.11) і (1.12) безпосередньо випливає, що при $n \rightarrow \infty$ статистика $y_n(x)$ відрізняється лише постійним множником γ і доданком $\gamma^2 W_s I_f / 2$ від відношення правдоподібності, яке представляє достатню статистику в даному завданні виявлення сигналу, отже, $y_n(x)$ є асимптотично достатньою. Тоді асимптотично оптимальне правило для виявлення детермінованого сигналу $\lambda s(t)$ на фоні незалежних завад з розподілом $\omega_1(x; 0)$ можливо

сформулювати так: рішення про те, що сигнал існує, якщо

$$y_n(x) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i f(x_i) \geq C, \quad (1.13)$$

а рішення, що сигналу немає, якщо виконується нерівність, протилежна (1.13). Значення порогу визначається виходячи із заданої ймовірності ЛТ.

Структурну схему асимптотично оптимального пристрою виявлення детермінованого сигналу можна представити у вигляді, наведеному на рисунку 1.1. Вона складається з безінерційного нелінійного перетворювача вибірки $x = (x_1, \dots, x_n)$ у величину $f(x)$; корелятора, що виконує операції перемножування сигналу на виході нелінійного перетворювача і значень опорного сигналу і підсумовування, і вирішального пристрою, на який подається значення порогу, при перевищенні якого виноситься ухвала про наявність сигналу.

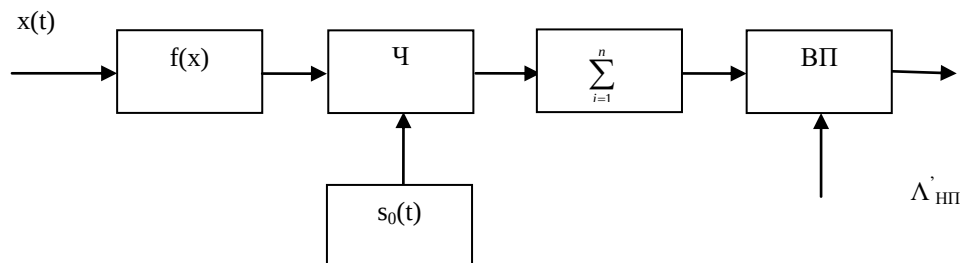
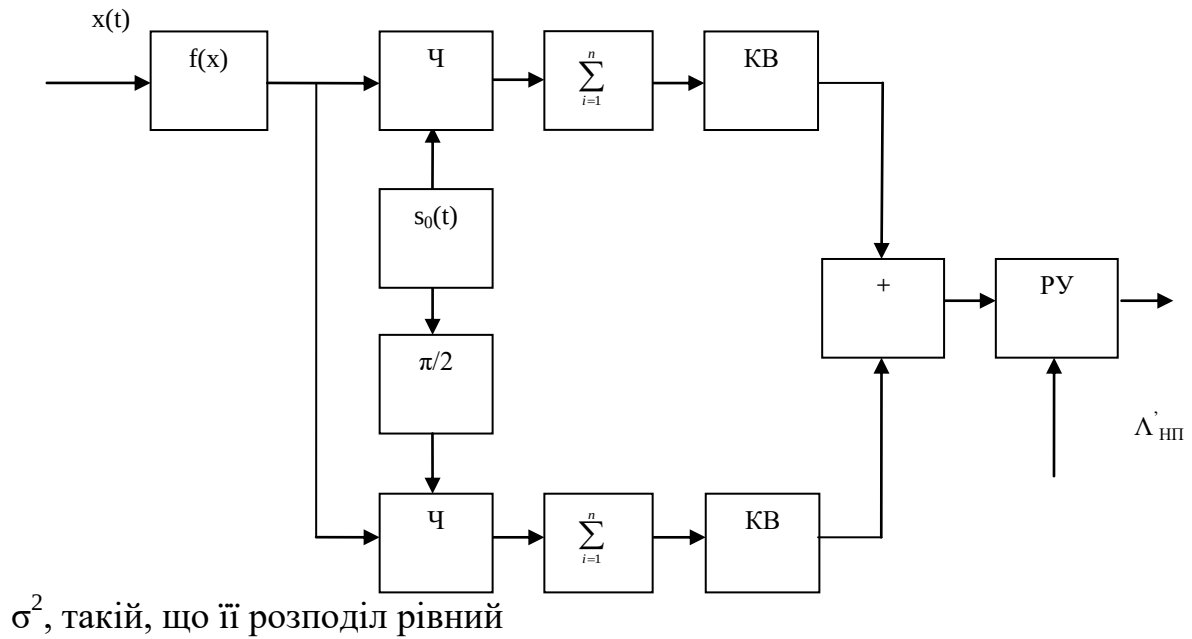


Рисунок 1.1 - Структурна схема асимптотично оптимального пристрою виявлення одиночного сигналу у випадку когерентного прийому сигналу

Рисунок 1.2 - Структурна схема асимптотично оптимального пристрою виявлення одиночного сигналу у випадку некогерентної обробки

У разі некогерентної обробки згідно [1] з'являється другий канал:

Для аддитивної нормальної завади з нульовим середнім і дисперсією



$$\omega_1(x; 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-x^2/2\sigma^2} \quad (1.14)$$

із (8) отримуємо:

$$f(x) = -\frac{\omega_1'(x; 0)}{\omega_1(x; 0)} = -[\ln \omega_1(x; 0)]' = -\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)' = \frac{x}{\sigma^2} \quad (1.15)$$

В цьому випадку алгоритм (1.13) співпадає з кореляційною обробкою, і рішення про наявність сигналу приймається, коли виконується наступна умова:

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n x_i s_i \geq C \quad (1.16)$$

У випадку лапласової адитивної завади з середньою потужністю σ^2 і

розподілом

$$\omega_1(x; 0) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}} e^{-\sqrt{\frac{2}{\sigma^2}}|x|} \quad (1.17)$$

Характеристика нелінійного перетворення має наступний вигляд:

$$f(x) = \sqrt{\frac{2}{\sigma^2}} \operatorname{sign} x \quad (1.18)$$

тобто фактично є характеристикою ідеального обмежувача. Таким чином, якщо перед корелятором поставити ідеальний обмежувач, то отримаємо пристрій виявлення детермінованого сигналу, причому асимптотично оптимальний для лапласової завади, а рішення про наявність сигналу прийматиметься при виконанні умови

$$\sqrt{\frac{2}{n}} \sum_{i=1}^n \frac{s_i \operatorname{sign} x_i}{\sigma} \geq C \quad (1.19)$$

Тепер припустимо, що замість розподілу $\omega_1(x; 0)$ маємо розподіл $u_1(x; 0)$, тобто змінюються лише параметри асимптотично нормального розподілу.

Тоді середнє і дисперсія статистики (1.13) при гіпотезі H , коли вибірка завади належить новому розподілу $u_1(x; 0)$

$$m_1 \left\{ \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i f(x_i) | H, u \right\} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i \int_{-\infty}^{\infty} f(x) u_1(x; 0) dx \quad (1.20)$$

$$M_2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i f(x_i) | H, u \right\} = \left[\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) u_1(x; 0) dx - \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(x) u_1(x; 0) dx \right)^2 \right] W_{sn}, \quad (1.21)$$

$$\text{де } W_{sn} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_i^2.$$

Відповідно при альтернативи К, коли вибірка x_i належить розподілу $u_1(x_i; \lambda s_i)$, середнє значення статистики записується у вигляді

$$m_1 \left\{ \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i f(x_i) | K, u \right\} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i \int_{-\infty}^{\infty} f(x) u_1(x; \lambda s_i) dx, \quad (1.22)$$

і при

$$\lambda \sqrt{n} = \gamma, \quad n \rightarrow \infty \quad u_1(x; \lambda s_i) = u_1(x; 0) + \lambda s_i g(x) u_1(x; 0) + o(1/\sqrt{n}), \quad (1.23)$$

$$\text{де } g(x) = \frac{1}{u_1(x; 0)} \frac{\partial}{\partial u} u_1(x; g) \Big|_{g=0}, \quad (1.24)$$

тоді маємо

$$m_1 \left\{ \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i f(x_i) | K, u \right\} \approx \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i \right) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) u_1(x; 0) dx + \gamma W_{sn} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) g(x) u_1(x; 0) dx. \quad (1.25)$$

Відповідно дисперсія статистики (1.13) при альтернативі К і тих же умовах:

$$M_2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i f(x_i) | K, u \right\} \approx M_2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i f(x_i) | H, u \right\}, \quad (1.26)$$

тобто визначається згідно (1.21). Асимптотично оптимальний алгоритм виявлення детермінованого сигналу на фоні завад з розподілом $u_1(x;0)$, отримуємо з (1.13) підстановкою $g(x)$ (1.24) замість $f(x)$, а саме

$$y_{n,u}(x) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i g(x_i) \quad (1.27)$$

Тоді параметри цієї статистики рівні:

$$m_1 \{y_{n,u}(x)|H\} = \left(\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i \right) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) u_1(x;0) dx = 0 \quad (1.28)$$

$$M_2 \{y_{n,u}(x)|H\} \approx W_s \int_{-\infty}^{\infty} g^2(x) u_1(x;0) dx \quad (1.29)$$

Щоб охарактеризувати стійкість алгоритму (1.14), знайдемо його коефіцієнт асимптотичної відносної ефективності ρ , коли діє завада з розподілом $u_1(x;0)$ по відношенню до алгоритму (1.27). ρ можливо визначити як добуток квадрату відношення середнього значення і дисперсії для даного алгоритму, тоді в даному випадку маємо:

$$\rho = \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} f(x) g(x) u_1(x;0) dx \right)^2}{\left\{ \int_{-\infty}^{\infty} g^2(x) u_1(x;0) dx \times \left[\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) u_1(x;0) dx - \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(x) u_1(x;0) dx \right)^2 \right] \right\}} \quad (1.30)$$

Якщо розподіли завад, що розглядаються в алгоритмах, симетричні

відносно нуля, тоді виконується (1.28) і

$$\rho = \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} f(x)g(x)u_1(x;0)dx \right)^2}{\left\{ \int_{-\infty}^{\infty} g^2(x)u_1(x;0)dx \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)u_1(x;0)dx \right\}}. \quad (1.31)$$

Розглянемо декілька часткових випадків застосування приведеного вище математичного апарату. Якщо $f(x) = x/\sigma^2$, то алгоритм співпадає з лінійним алгоритмом, оптимальним при нормальній аддитивній заваді з

$$\omega_1(x;0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\sigma^2}. \quad (1.32)$$

Нехай лінійний алгоритм використовується для виявлення детермінованого сигналу на фоні адитивної завади з розподілом Лапласа з дисперсією [17]:

$$u_1(x;0) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma^2}} e^{-\sqrt{\frac{2}{\sigma^2}}|x|}, \quad (1.33)$$

та маємо $g(x) = \sqrt{2/\sigma^2} \operatorname{sgn} x$, тоді по формулі (1.31):

$$\rho = \frac{\left(\frac{1}{\sigma^4} \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-\sqrt{\frac{2}{\sigma^2}}|x|} \operatorname{sgn} x dx \right)^2}{\left(\frac{1}{\sigma^6} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\sqrt{\frac{2}{\sigma^2}}|x|} dx \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\sqrt{\frac{2}{\sigma^2}}|x|} \operatorname{sgn} x dx \right)} = \frac{1}{2}. \quad (1.34)$$

Аналіз (1.34) показує, що асимптотична ефективність лінійного оптимального алгоритму при нормальній заваді знижується в два рази при його використанні для виявлення сигналу на фоні лапласової завади.

Якщо $f(x) = \sqrt{2/\sigma^2} \operatorname{sgn} x$, то алгоритм співпадає з асимптотично оптимальним алгоритмом виявлення детермінованого сигналу на фоні адитивної лапласової завади. Нехай цей алгоритм використовується для виявлення детермінованого сигналу на тлі адитивної нормальної перешкоди з дисперсією σ^2 , тоді $g(x) = x/\sigma^2$ і по формулі (1.31) маємо:

$$\rho = \frac{\left(\frac{1}{\sigma^4 \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x \operatorname{sgn} x e^{-x^2/2\sigma^2} dx \right)^2}{\left(\frac{1}{\sigma^6 2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2/2\sigma^2} dx \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2/2\sigma^2} dx \right)} = \frac{2}{\pi} \quad (1.35)$$

Рангові алгоритми виявлення сигналів на фоні незалежних завад

У випадку рангових і знаково-рангових алгоритмів виявлення сигналів при кінцевих розмірах вибірки синтезу оптимальних за критерієм Неймана-Пірсона алгоритмів виявлення перешкоджають непереборні математичні труднощі. Це є причиною фактично евристичного вибору того або іншого рангового методу, уникнути такого вибору допомагає асимптотичний підхід.

За певних умов, а саме при обмеженнях на структуру сигналу і завади, існують асимптотично найбільш ефективні рангові алгоритми виявлення сигналів, еквівалентні за характеристиками виявлення неранговим алгоритмам, оптимальним за критерієм Неймана-Пірсона.

Введемо випадкову величину

$$u^{(R_i)} = F_1 \left[x^{(R_i)} \right], \quad (1.36)$$

де F_1 - інтегральна функція розподілу, якому належить вибірка x_i .

Вона розподілена рівномірно на інтервалі (0, 1). АО рангові алгоритми виявлення сигналів на фоні незалежних завад можливо отримати з АО нерангових алгоритмів заміною

$$x_i \approx F_1^{-1} \left(\frac{R_i}{n+1} \right), \quad (1.37)$$

де R_i - ранг елемента x_i вибірки розміра n .

Використовуючи наведене вище, з (1.14) можна отримати асимптотично оптимальне рангове правило виявлення детермінованого

сигналу за допомогою заміни x_i на $F_1^{-1} \left(\frac{R_i}{n+1} \right)$:

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i f \left[F_1^{-1} \left(\frac{R_i}{n+1} \right) \right] \geq C. \quad (1.38)$$

Сформулюємо це правило для різних типів завад. Для аддитивної завади згідно (1.16) маємо:

$$f \left[F_1^{-1}(u) \right] = \frac{\omega_1' \left[F_1^{-1}(u) \right]}{\omega_1 \left[F_1^{-1}(u) \right]}. \quad (1.39)$$

У випадку нормальної завади $f(x) = x / \sigma^2$

$$f[F_1^{-1}(u)] = \frac{1}{\sigma^2} F_1^{-1}(u) \quad (1.40)$$

де $F_1^{-1}(u)$ - функція, зворотна інтегральній функції нормального розподілу (інтеграла Лапласа), таким чином, правило формулюється:

$$\frac{1}{\sigma^2 \sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i F_1^{-1}\left(\frac{R_i}{n+1}\right) \geq C \quad (1.41)$$

При лапласовій заваді $f(x) = \sqrt{\frac{2}{\sigma^2}} \operatorname{sgn} x$ можливо отримати:

$$f[F_1^{-1}(u)] = \sqrt{\frac{2}{\sigma^2}} \operatorname{sgn}(2u-1) \quad (1.42)$$

відповідно правило перетвориться до виду:

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n s_i \operatorname{sgn}\left(R_i - \frac{n+1}{2}\right) \geq C \quad (1.43)$$

Стійкість же АО рангових алгоритмів так само можна охарактеризувати коефіцієнтом відносної асимптотичної ефективності. Якщо при виявленні детермінованого сигналу на фоні завади з розподілом $u_1(x; 0)$ використовується АО ранговий алгоритм, розрахований на заваду з розподілом $\omega_1(x; 0)$, то отримаємо, що вказаний коефіцієнт ефективності рангового алгоритму по "чужій" заваді по відношенню до асимптотично оптимального рівний:

$$\rho = \frac{\left(\int_0^1 f[F_1^{-1}(u)] g[G_1^{-1}(u)] du \right)^2}{\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) \omega_1(x; 0) dx \int_{-\infty}^{\infty} g^2(x) u_1(x; 0) dx}, \quad (1.44)$$

де $F_1^{-1}(x)$ та $G_1^{-1}(x)$ - функції, зворотні інтегральним функціям розподілу $F_1(x)$ і $G_1(x)$, похідні яких рівні $\omega_1(x; 0)$ і $u_1(x; 0)$ відповідно.

Формула (1.44) симетрична відносно розподілів $\omega_1(x; 0)$ і $u_1(x; 0)$, що говорить про рівність відносній ефективності двох алгоритмів: алгоритму, налаштованого на заваду $\omega_1(x; 0)$, при використанні в заваді $u_1(x; 0)$ і алгоритму, налаштованого на заваду $u_1(x; 0)$, при використанні в заваді $\omega_1(x; 0)$. Для алгоритму, який працює при лапласовій заваді, при використанні в нормальній заваді отримаємо

$$\rho = \frac{1}{\sigma^2} \left(\int_0^1 F_1^{-1}(u) \operatorname{sgn}(2u - 1) du \right)^2 = \frac{2}{\pi}. \quad (1.45)$$

При порівнянні (1.45) з (1.34) і (1.35) можливо зробити висновок про те, що відносні ефективності АО нерангового і рангового алгоритмів, налаштованих на лапласову заваду при використанні їх на фоні нормальної завади, рівні і складають $2/\pi$.

Відносна ефективність АО рангового алгоритму, налаштованого на нормальну заваду, при його використанні в лапласовій заваді в 2,5 рази більше відносної ефективності АО нерангового алгоритму, налаштованого на нормальну заваду, при його використанні в лапласовій заваді. Загальний вираз коефіцієнта відносної ефективності АО рангового по відношенню до нерангового алгоритму, за умови, що ці алгоритми налаштовані на заваду $\omega_1(x; 0)$, а використовуються при заваді $u_1(x; 0)$, має вигляд:

$$\rho = \frac{\left(\int_0^1 f[F_1^{-1}(z)] g[G_1^{-1}(z)] dz \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) u_1(x; 0) dx}{\left(\int_{-\infty}^{\infty} f(x) g(x) u_1(x; 0) dx \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) \omega_1(x; 0) dx} . \quad (1.46)$$

Асимптотично оптимальний алгоритм некогерентного прийому вузькосмугового сигналу з випадковою фазою

Розглянемо задачу виявлення вузькосмугового сигналу на фоні завад за допомогою АО алгоритму. Сигнал має вигляд [3]:

$$\begin{aligned} s_0(t) &= A_0(t) \cos[\omega_0 t + \psi(t) - \theta_0(t)] = \\ &= A_0(t) \cos \theta_0(t) \cos(\omega_0 t + \psi(t)) + A_0(t) \sin \theta_0(t) \sin(\omega_0 t + \psi(t)) . \end{aligned} \quad (1.47)$$

Доданки, що містять невідому початкову фазу :

$$\mathcal{G}_1 = \cos \theta_0(t); \quad \mathcal{G}_2 = \sin \theta_0(t) .$$

Доданки, що містять несучу, фазову і амплітудну модуляцію:

$$\varphi_2 = A_0(t) \cos(\omega_0 t + \psi(t)) \quad \varphi_1 = A_0(t) \sin(\omega_0 t + \psi(t)) .$$

Таким чином, отримуємо наступний вид сигналу, який буде змодельований в ході дослідження:

$$s(t) = \mathcal{G}_1 \cdot \varphi_1 + \mathcal{G}_2 \cdot \varphi_2 . \quad (1.48)$$

Для такого сигналу векторна статистика є двовимірною і має наступний вигляд:

$$y_n^{(1)}(x) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n A(t) \cdot f[x(t_i)] \cdot \cos \omega_0 t \quad (1.49)$$

$$y_n^{(2)}(x) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n A(t) \cdot f[x(t_i)] \cdot \sin \omega_0 t ,$$

де $f[x(t_i)]$ - лінійне перетворення випадкового процесу, який являє собою суміш сигналу $x(t_i)$, і шуму.

Прийнявши розподіл випадкової фази рівномірним на інтервалі $(0, 2\pi)$, отримуємо загальну для двох доданків статистику:

$$|y_n|^2 = \frac{1}{n} \left[\left\{ \sum_{i=1}^n A(t) \cdot f[x(t_i)] \cdot \cos(\omega_0 t + \psi(t)) \right\}^2 + \left\{ \sum_{i=1}^n A(t) \cdot f[x(t_i)] \cdot \sin(\omega_0 t + \psi(t)) \right\}^2 \right] \quad (1.50)$$

Рішення на користь гіпотези про те, що на вході пристрою виявлення сигнал, приймається у разі перевищення статистикою порогу :

$$|y_n|^2 \geq C \quad (1.51)$$

Структурна схема пристрою виявлення представлена на рисунку 1.3.

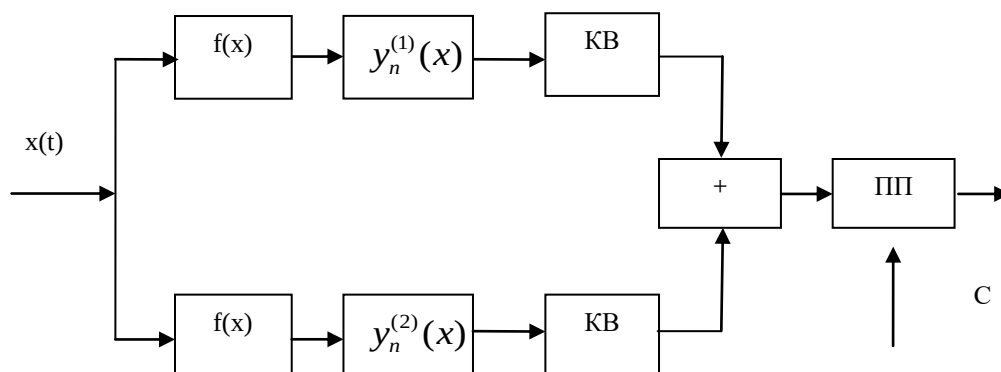


Рисунок 1.3 - Структурна схема асимптотично оптимального пристрою виявлення вузькосмугового сигналу

Після детекторний асимптотично оптимальний алгоритм виявлення модульованого сигналу з випадковою фазою (амплітудний метод)

Розглянемо випадок виявлення, в якому до оптимальної обробки вузькосмуговий випадковий процес, що спостерігається, детектується, тобто виділяється його огинаюча.

Нехай $r = (r_1, \dots, r_n)$ - вибірка огинаючої процесу, що спостерігається, що є що або огинаючої стаціонарної випадкової вузькосмугової завади, або огинаючої суміші цієї завади з сигналом (1.47). Позначимо через $W_1(r; 0)$ функцію розподілу огинаючої завади, через $W_1(r; \nu)$ - функцію розподілу огинаючої суміші сигналу з завадою.

Післядетекторний (по огинаючій) асимптотично оптимальний алгоритм виявлення сигналу приймає наступний вигляд, згідно [3]:

$$y_n(r) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n A^2(t_i) \cdot f_a[r(t_i)] \geq C \quad (1.52)$$

При цьому нелінійне перетворення має вигляд:

$$f(x) = -\omega'_1(r; \nu) / \omega_1(r; 0) \quad (1.53)$$

**Виділення що огинаючої вузькосмугового випадкового процесу.
Квадратурний демодулятор**

Зручним інструментом для аналізу вузькосмугових сигналів є комплексна огибаюча сигналу [6]. У загальному випадку (залежно від виду модуляції) у сигналу $s(t)$ може змінюватися як амплітуда, так і початкова фаза :

$$s(t) = A(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi(t)). \quad (1.54)$$

де $A(t)$ - амплитудна огибаюча;

$\varphi(t)$ - фазова функція (функція, по якій змінюється початкова фаза).

Весь аргумент функції $\cos$ називається повною фазою сигналу $\psi(t) = \omega_0 \cdot t + \varphi(t)$, тоді

$$s(t) = A(t) \cdot \cos(\psi(t)). \quad (1.55)$$

Сигнал (1.54) можливо представити як дійсну частину комплексної функції, замінивши косинус комплексною експонентою.

$$s(t) = \operatorname{Re}(A(t) \cdot \exp(j \cdot \psi(t))). \quad (1.56)$$

По формулі Ейлера $\exp(j \cdot \psi(t)) = \cos(\psi(t)) + j \cdot \sin(\psi(t))$, відповідно $\operatorname{Re}(\exp(j \cdot \psi(t))) = \cos(\psi(t))$.

Проаналізуємо функцію $A(t) \cdot \exp(j \cdot \psi(t))$.

$$\begin{aligned} A(t) \cdot \exp(j \cdot \psi(t)) &= A(t) \cdot \exp(j \cdot (\omega_0 \cdot t + \varphi(t))) = \\ &= A(t) \cdot \exp(j \cdot \omega_0 \cdot t) \cdot \exp(j \cdot \varphi(t)). \end{aligned} \quad (1.57)$$

Множник $\exp(j \cdot \omega_0 \cdot t)$ є немодульованим несучим коливанням і характеризується великою швидкістю зміни, а $A(t) \cdot \exp(j \cdot \varphi(t))$ змінюється, як правило, значно повільніше і містить інформацію про амплітудну огибаючу і початкову фазу одночасно. Цей множник повільно змінюється і

називається комплексною огибаючою сигналу:

$$A(t) = A(t) \cdot \exp(j \cdot \varphi(t)) \quad (1.58)$$

Комплексна огибаюча містить усю необхідну інформацію для декодування сигналу і обчислення його потужностних і фазових характеристик. Представимо комплексну огибаючу в косинусно-синусній формі, скориставшись формулою Ейлера, в цьому випадку:

$$A(t) = A(t) \cdot \cos(\varphi(t)) + A(t) \cdot j \cdot \sin(\varphi(t)) = i(t) + j \cdot q(t) \quad (1.59)$$

де $i(t) = A(t) \cdot \cos(\varphi(t))$ - синфазна (косинусна) компонента комплексної огибаючої;

$q(t) = A(t) \cdot \sin(\varphi(t))$ - квадратурна (синусна) компонента комплексної огибаючої.

В цьому випадку $A(t) \cdot \exp(j \cdot \psi(t))$ можливо представити у вигляді:

$$\begin{aligned} A(t) \cdot \exp(j \cdot \psi(t)) &= (i(t) + j \cdot q(t)) \cdot \exp(j \cdot \omega_0 \cdot t) = \\ &= (i(t) + j \cdot q(t)) \cdot (\cos(\omega_0 \cdot t) + j \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)) = \\ &= i(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + i(t) \cdot j \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + j \cdot q(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + j \cdot q(t) \cdot j \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) = \\ &= i(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) - q(t) \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + j \cdot (i(t) \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + q(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)). \end{aligned} \quad (1.60)$$

$$s(t) = i(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) - q(t) \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \quad (1.61)$$

На основі формули (1.61) можливо побудувати векторний модулятор, за допомогою якого можна отримати будь-які види модуляції. При цьому амплітудна огибаюча $A(t) = \sqrt{i(t)^2 + q(t)^2}$, фазова функція $\varphi(t) = \arctan(q(t)/i(t))$. На рисунку 1.4 представлена функціональна схема векторного

модулятора.

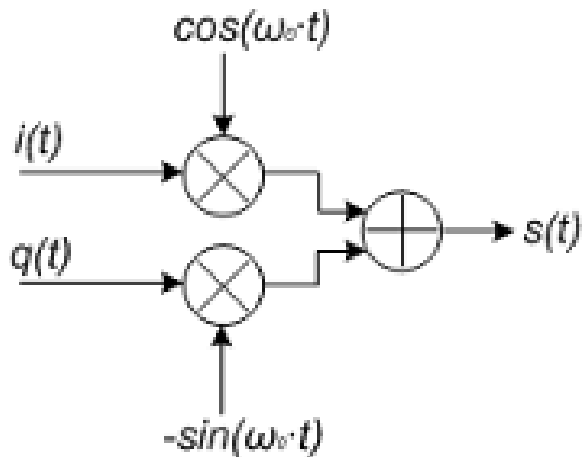


Рисунок 1.4 - Функціональна схема векторного модулятора

Так, як $\cos(\omega_0 \cdot t + \pi/2) = -\sin(\omega_0 \cdot t)$, то формулу можливо переписати у вигляді $s(t) = i(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + q(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \pi/2)$. Таким чином, в схему на рисунку 1.4 потрібно ввести фазообертач на кут $\pi/2$.

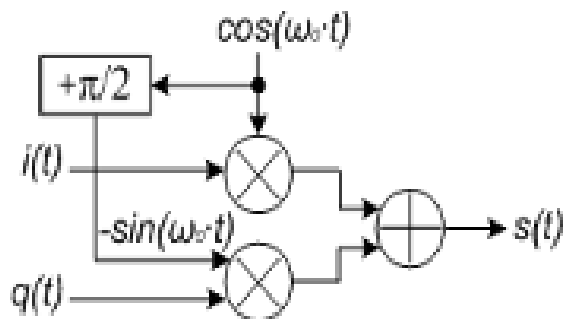


Рисунок 1.5 - Функціональна схема векторного модулятора с фазообертачем

Для виділення з сигналу комплексної огибаючої використовується процедура гетеродинування. Вхідний ВЧ-сигнал $s(t) = A(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi(t))$ множиться на коливання двох генераторів (гетеродинів) з частотою ω_0 , зміщених по фазі один відносно одного на кут $\pi/2$ $\cos(\omega_0 \cdot t)$ і $-\sin(\omega_0 \cdot t)$.

$$\begin{aligned}
 S(t) \cdot \cos(\omega_0 t) &= A(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) \cdot \cos(\omega_0 t) = \\
 &= 0,5 \cdot A(t) \cdot \cos(\varphi(t)) + 0,5 \cdot A(t) \cdot \cos(2\omega_0 t + \varphi(t)) = \\
 &= 0,5 \cdot i(t) + 0,5 \cdot A(t) \cdot \cos(2\omega_0 t + \varphi(t)).
 \end{aligned}
 \tag{1.62}$$

$$\begin{aligned}
 s(t) \cdot (-\sin(\omega_0 t)) &= -A(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) \cdot \sin(\omega_0 t) = \\
 &= 0,5 \cdot A(t) \cdot \sin(\varphi(t)) - 0,5 \cdot A(t) \cdot \sin(2\omega_0 t + \varphi(t)) = \\
 &= 0,5 \cdot q(t) - 0,5 \cdot A(t) \cdot \sin(2\omega_0 t + \varphi(t)).
 \end{aligned}
 \tag{1.63}$$

Із виразів (1.62) і (1.63) видно, що результати множень містять дві складові - низькочастотну $0,5 \cdot i(t)$ і $0,5 \cdot q(t)$, які є дійсними і уявними частинами комплексної огибаючої і високочастотну $0,5 \cdot A(t) \cdot \cos(2\omega_0 t + \varphi(t))$ і $-0,5 \cdot A(t) \cdot \sin(2\omega_0 t + \varphi(t))$, які можуть бути прибрані фільтром низьких частот (ФНЧ). На рисунках представлені схеми квадратурного демодулятора з фазообертачем і без фазообертача.

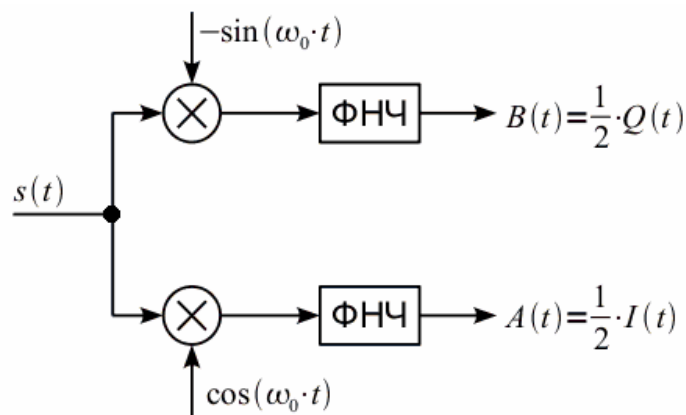


Рисунок 1.6 - Функціональна схема квадратурного демодулятора

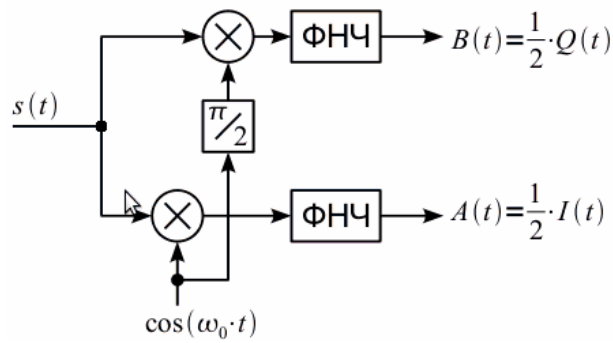


Рисунок 1.7 - Функціональна схема квадратурного демодулятора з фазообертачем

Таким чином, структурна схема пісследетекторного пристрою виявлення вузькосмугового сигналу матиме вигляд:

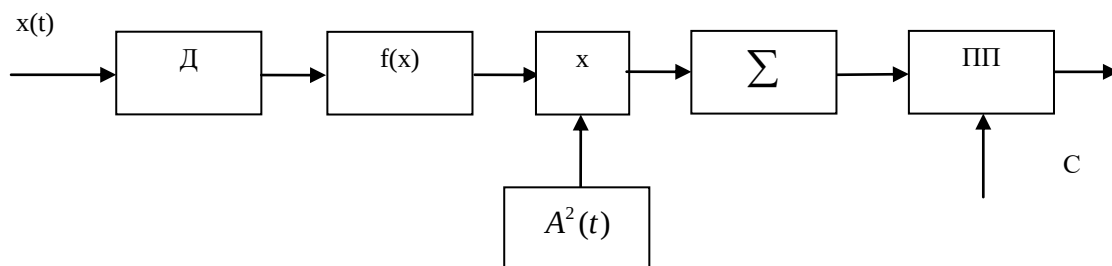


Рисунок 1.8 - Структурна схема пісследетекторного пристрою виявлення вузькосмугового сигналу

Висновки: в розділі приведено аналіз літературних джерел, які висвітлюють питання виявлення сигналів в суміші сигналу та шуму. Приведено алгоритми, які враховують відмінності в розподілі шуму. Приведено аналіз принципів побудови та функціонування пристроїв виявлення сигналів, які побудовано на основі приведених вище алгоритмів

РОЗДІЛ 2

ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

АЛГОРИТМІВ ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛУ

2.1 Моделювання алгоритмів

АО та рангові алгоритми

В попередніх розділах було показано [3], асимптотично оптимальне правило для виявлення детермінованого вузькосмугового сигналу $\lambda_s(t)$ на фоні незалежних завад з розподілом $\omega_1(x; 0)$ можна сформулювати наступним чином: приймається рішення про присутність сигналу при перевищенні статистикою порогу, тобто при виконанні нерівності

$$|y_n|^2 = \frac{1}{n} \left[\left\{ \sum_{i=1}^n A(t) \cdot f[x(t_i)] \cdot \cos(\omega_0 t + \psi(t)) \right\}^2 + \left\{ \sum_{i=1}^n A(t) \cdot f[x(t_i)] \cdot \sin(\omega_0 t + \psi(t)) \right\}^2 \right] \quad (2.1)$$

і рішення про відсутність сигналу в протилежному випадку. Характер нелінійного перетворення для випадку присутності аддитивної завади має наступний вигляд:

$$f(x) = -\omega'_1(x; 0) / \omega_1(x; 0) \quad (2.2)$$

Підставляючи щільність розподілу завади в (2.2), приходимо до виду перетворення, залежного від параметра щільності розподілу завади:

$$\begin{aligned} f(x) &= -(\ln \omega(x))' = -[\ln(C \cdot \exp(-|x|^\alpha))] = (|x|^\alpha)' = \\ x \geq 0 \quad (x^\alpha)' &= \alpha \cdot (x)^{\alpha-1} \\ x < 0 \quad (-x^\alpha)' &= -\alpha \cdot (-x)^{\alpha-1} \end{aligned}$$

$$f(x) = \alpha \cdot \text{sign}(x) \cdot |x|^{\alpha-1} \quad (2.3)$$

Підставляючи значення α у (2.3), отримуємо нелінійне перетворення, що забезпечує статистику (2.1) асимптотичною оптимальністю саме для цього значення щільності розподілу завади.

Таким чином, для $\alpha=1$ (лапласової завади) оптимальним є знаковий алгоритм:

$$\alpha=1 \rightarrow f(x) = \text{sign}(x) \quad (2.4)$$

$$|y_n|^2 = \frac{1}{n} [\{ \sum_{i=1}^n A \cdot \text{sign}(x(t_i)) \cdot \cos \omega_0 t_i \}^2 + \{ \sum_{i=1}^n A \cdot \text{sign}(x(t_i)) \cdot \sin \omega_0 t_i \}^2] \geq C$$

для $\alpha=2$ (нормальний розподіл завади) оптимальним є лінійний алгоритм:

$$\alpha=2 \rightarrow f(x) = 2 \cdot \text{sign}(x) \cdot |x| = 2x \quad (2.5)$$

$$|y_n|^2 = \frac{1}{n} [\{ \sum_{i=1}^n A \cdot x(t_i) \cdot \cos \omega_0 t_i \}^2 + \{ \sum_{i=1}^n A \cdot x(t_i) \cdot \sin \omega_0 t_i \}^2] \geq C$$

Додатково були отримані вирази для нелінійного перетворення, оптимальні при значеннях $\alpha=3,4$:

$$\alpha=3 \rightarrow f(x) = 3 \cdot \text{sign}(x) \cdot |x|^2 = 3 \text{sign}(x) \cdot x^2 \quad (2.6)$$

$$\alpha=4 \rightarrow f(x) = 4 \cdot \text{sign}(x) \cdot |x|^3 = 4x^3$$

Завдання виявлення сигналу за допомогою рангових алгоритмів потребує розгляду наступного правила :

$$|y_n|^2 = \frac{1}{n} [\{\sum_{i=1}^n A(t) \cdot f\left[F_1^{-1}\left(\frac{R_i}{n+1}\right)\right] \cdot \cos \omega_0 t\}^2 + \{\sum_{i=1}^n A(t) \cdot f\left[F_1^{-1}\left(\frac{R_i}{n+1}\right)\right] \cdot \sin \omega_0 t\}^2] \geq C \quad (2.7)$$

Аналогічно випадку (2.1) рішення про наявність сигналу виноситься при виконанні цієї нерівності. Нелінійне перетворення при аддитивній заваді має вигляд, схожий з (2.2) :

$$f\left[F_1^{-1}(u)\right] = \frac{\omega_1\left[F_1^{-1}(u)\right]}{\omega_1\left[F_1^{-1}(u)\right]} \quad (2.8)$$

де $F_1^{-1}(u)$ - функція, зворотна інтегральній функції розподілу даної вибірки.

Аналогічно розглянутому вище прикладу при підстановці виразу для щільності розподілу завади (1.1) виходить наступний загальний вигляд перетворення:

$$f(x) = \alpha \cdot \text{sign}(F_1^{-1}(u)) \cdot \left|F_1^{-1}(u)\right|^{\alpha-1} \quad (2.9)$$

При подальшій підстановці значень приходимо до виразів для медіанного алгоритму виявлення (оптимальний при лапласовій заваді $\alpha=1$):

$$|y_n|^2 = \frac{1}{n} [\{\sum_{i=1}^n A \cdot \text{sign}(R_k - \frac{n+1}{2}) \cdot \cos \omega_0 t_i\}^2 + \{\sum_{i=1}^n A \cdot \text{sign}(R_k - \frac{n+1}{2}) \cdot \sin \omega_0 t_i\}^2] \geq C \quad (2.10)$$

і для алгоритму Ван-дер-Вардена (оптимальний при нормальній заваді, тобто $\alpha=2$):

$$|y_n|^2 = \frac{1}{n} \left[\left\{ \sum_{i=1}^n A \cdot \text{sign}(R_k - \frac{n+1}{2}) \cdot \cos \omega_0 t_i \right\}^2 + \left\{ \sum_{i=1}^n A \cdot \text{sign}(R_k - \frac{n+1}{2}) \cdot \sin \omega_0 t_i \right\}^2 \right] \geq C. \quad (2.11)$$

Отримані вище алгоритми будуть використані при дослідженні при последетекторній обробці. Внаслідок того, що вони не є оптимальними, оскільки нелінійне перетворення (2.2) залежить не від розподілу випадкового процесу, а від розподілу огинаючої цього процесу, потужностні характеристики пристроїв виявлення, побудованих на цих алгоритмах, програють випадку додетекторної обробки.

Моделювання фільтру низької частоти

Як було показано вище, для реалізації виділення тієї, що огинає потрібний ФНЧ. За допомогою пакету FdaTool в середовищі Matlab був сформований масив коефіцієнтів фільтру :

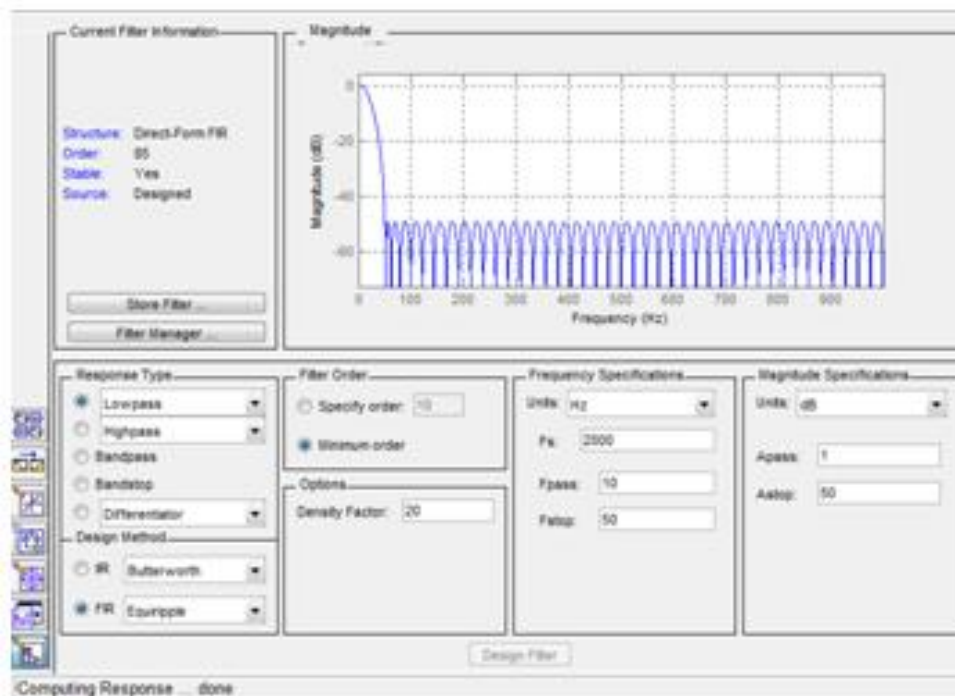


Рисунок 2.1 – Моделювання ФНЧ в програмі FdaTool

Наступним етапом є згортка отриманих коефіцієнтів і вибірки реалізації випадкового процесу, результатом якої і буде відфільтрована НЧ складова сигналу. Після складання і виділення квадратного кореня маємо огибающую (показана на рисунку червоним кольором) :

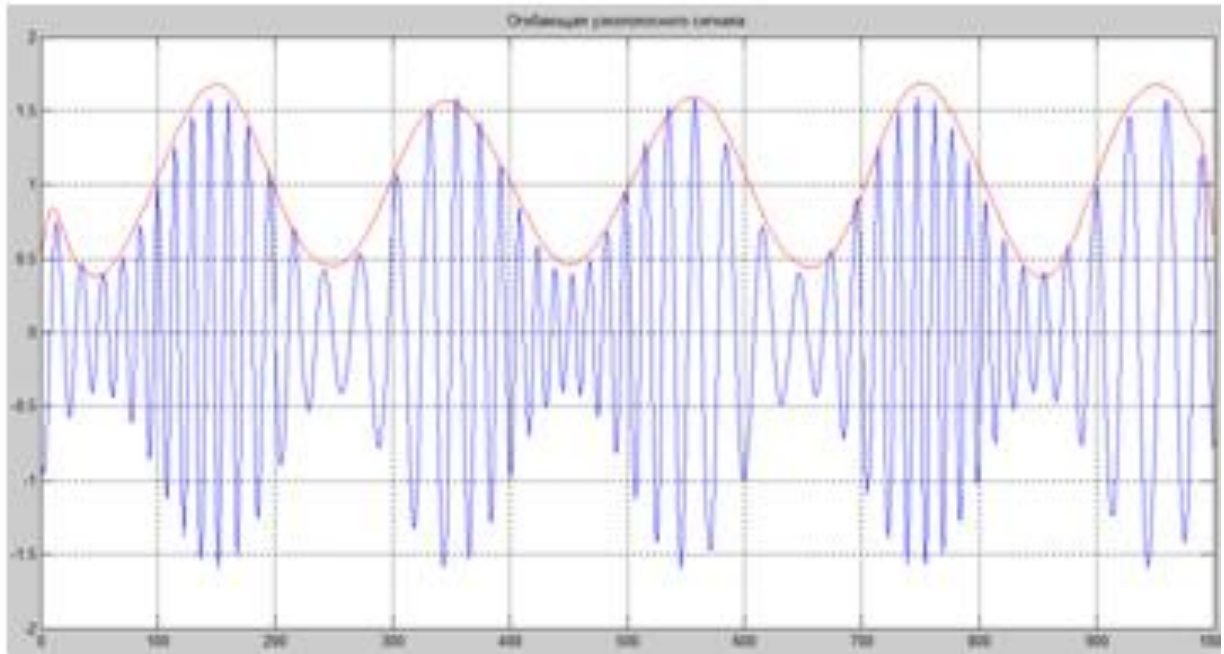


Рисунок 2.2 - Огибающая вузькосмугового сигналу

Алгоритм моделювання пристрою виявлення вузькосмугового сигналу

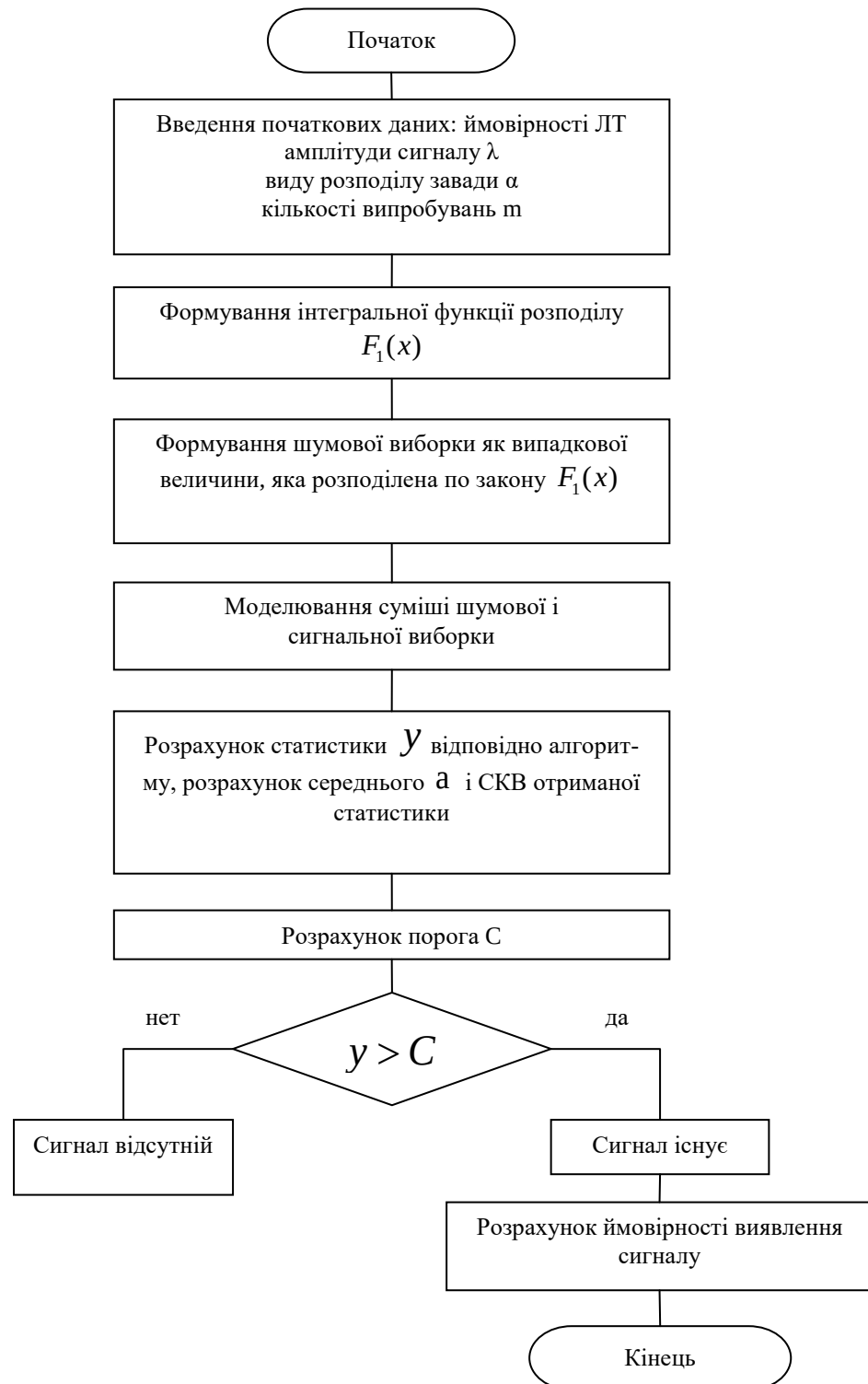


Рисунок 2.3 - Блок-схема моделювання некогерентного алгоритму
виявлення

Алгоритм моделювання післядетекторного виявлення

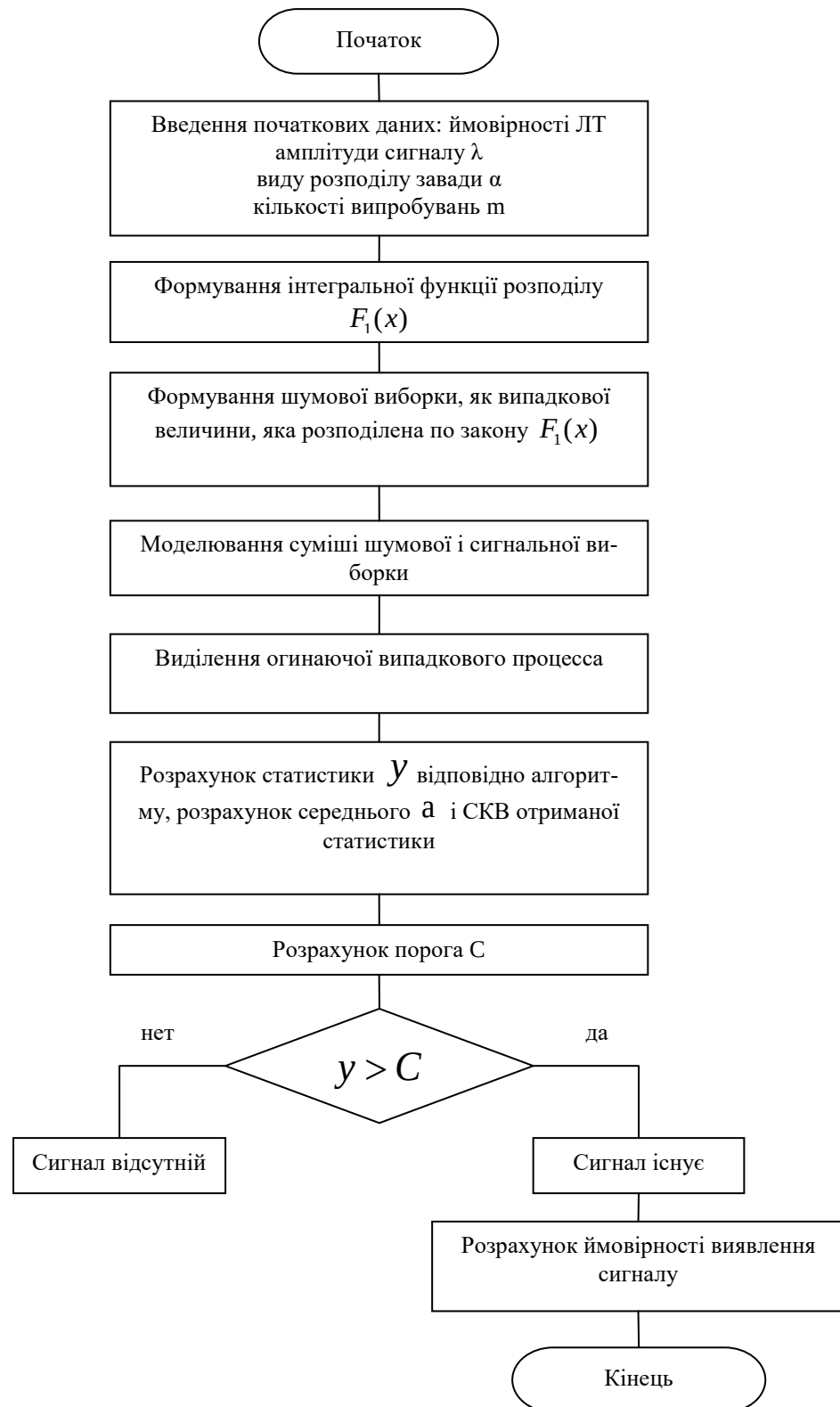


Рисунок 2.4 - Блок-схема моделювання післядетекторного алгоритма виявлення

Моделювання завади

Для здійснення моделювання необхідно створити шумову вибірку, щільність розподілу вірогідності якої описується виразом (1.1). В якості

константи у виразі (1.1) виступає величина $\frac{\alpha}{2 \cdot \Gamma(1/\alpha)}$, яка отримана шляхом використання властивості щільності розподілу :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \omega_1(x; 0) dx &= 1 = \int_{-\infty}^{\infty} C \cdot \exp(-|x|^\alpha) dx = C \cdot \int_{-\infty}^0 \exp(-(-x)^\alpha) dx + C \cdot \int_0^{\infty} \exp(-x^\alpha) dx = \\ \langle x = t^{1/\alpha} \rangle &= C \cdot \int_{-\infty}^0 \frac{\exp(-t)}{\alpha \cdot t^{(1-1/\alpha)}} dt + C \cdot \int_0^{\infty} \frac{\exp(-t)}{\alpha \cdot t^{(1-1/\alpha)}} dt = \frac{2C}{\alpha} \cdot \int_0^{\infty} \exp(-t) \cdot t^{1/\alpha-1} dt \\ \frac{2C}{\alpha} \cdot \Gamma(1/\alpha) &= 1 \end{aligned}$$

$$C = \frac{\alpha}{2 \cdot \Gamma(1/\alpha)} \quad (2.12)$$

У результаті остаточний вираз для щільності розподілу завади матиме вигляд:

$$\omega_1(x; 0) = \frac{\alpha}{2 \cdot \Gamma(1/\alpha)} e^{-|x|^\alpha}, \quad \alpha \in [1; 4]. \quad (2.13)$$

Виходячи з отриманого виразу, отримуємо інтегральну функцію розподілу величини x :

$$\begin{aligned}
F_1(x) &= \int_{-\infty}^T \frac{\alpha}{2 \cdot \Gamma(1/\alpha)} \cdot e^{-|x|^\alpha} dx = \frac{\alpha}{2 \cdot \Gamma(1/\alpha)} \cdot \int_{-\infty}^0 e^{-(-x)^\alpha} dx + \frac{\alpha}{2 \cdot \Gamma(1/\alpha)} \cdot \int_0^T e^{-x^\alpha} dx = \\
\langle t = (-x)^\alpha \rangle &= \frac{\alpha}{2 \cdot \Gamma(1/\alpha)} \int_{-\infty}^0 e^{-t} \frac{t^{1/\alpha-1}}{\alpha} dt + \frac{\alpha}{2 \cdot \Gamma(1/\alpha)} \cdot \int_0^T e^{-x^\alpha} dx = \\
\frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2 \cdot \Gamma(1/\alpha)} \cdot \int_0^T e^{-x^\alpha} dx &= \langle t = x^\alpha \rangle = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\alpha}{\Gamma(1/\alpha)} \int_0^{T^\alpha} e^{-t} \frac{t^{1-1/\alpha}}{\alpha} dt \right) = \\
&\frac{1}{2} \cdot (1 + P(x^\alpha, 1/\alpha)),
\end{aligned} \tag{2.14}$$

де $P(x^\alpha, 1/\alpha)$ - неповна гамма-функція.

Далі, виходячи з властивості про те, що якщо випадкову величину ξ , яка має розподіл рівномірно на інтервалі (0, 1), піддати перетворенню по закону $F_1(x)$, то відновлюється реалізація випадкової величини, розподіленої

згідно з (2.14) законом з щільністю розподілу $\omega_1(x; 0) = \frac{\alpha}{2 \cdot \Gamma(1/\alpha)} e^{-|x|^\alpha}$. Саме таким чином моделюється шумова вибірка для різних значень параметра α .

Дисперсія вказаної завади рівна $M_2\{n\} = \frac{\Gamma(3/\alpha)}{\Gamma(1/\alpha)}$. Для того, щоб порівнювати ефективність роботи алгоритмів при дії різних завад, ці завади повинні мати однакові дисперсії. Тому випадкову величину необхідно помножити на коефіцієнт, рівний $\sqrt{\frac{\Gamma(1/\alpha)}{\Gamma(3/\alpha)}}$. Це нормування дозволяє отримати дисперсію:

$$\sigma_n^2 = 1 \tag{2.15}$$

Співвідношення сигнал/шум

В якості характеристики алгоритмів, що досліджуються, виступає

залежність ймовірності виявлення сигналу від відношення сигнал/шум. У разі аналогового виявлення цей параметр представляє наступну залежність:

$$h = \lambda \cdot \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \quad (2.16)$$

де λ - амплітуда сигналу,

E_s - енергія сигналу,

N_0 - спектральна густина середньої потужності шуму.

У випадку дискретної обробки, отримуюємо вираз для відношення сигнал/шум:

$$h = \frac{\lambda\sqrt{E}}{\sqrt{2}\sigma} = \frac{\lambda\sqrt{E}}{\sqrt{2}} \quad (2.17)$$

за умови рівності СКО завади одиниці.

Безпосередньо на характеристиках параметр h перетворений для більшої наочності до виду $20 \cdot \log(h)$, що дозволяє розглядати відношення сигнал/шум в децибелах.

Висновки: В розділі приведено математичний апарат моделювання сигналу та шуму, та алгоритми, що дозволяють виявляти сигнал із вхідної суміші сигналу та шуму.

РОЗДІЛ 3

ДОСЛІДЖЕННЯ АЛГОРИТМІВ ВИДІЛЕННЯ СИГНАЛІВ

Коефіцієнт відносної асимптотичної ефективності

Знаходження коефіцієнта асимптотичної відносної ефективності будується на порівнянні роботи алгоритму, налаштованого на заваду з показником експоненти, рівним β при дії шуму з щільністю розподілу

$w_1(x;0) = \frac{\alpha}{2 \cdot \Gamma(1/\alpha)} e^{-|x|^\alpha}$ і алгоритму, оптимального для цієї завади. У разі АО алгоритмів вдалося знайти вираз, явно залежний від цих параметрів завади. В загальному вигляді КВАЕ має наступний вигляд

$$\rho = \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} f(x)g(x)u_1(x;0)dx \right)^2}{\left\{ \int_{-\infty}^{\infty} g^2(x)u_1(x;0)dx \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)u_1(x;0)dx \right\}} \quad (3.1)$$

Підставимо вирази для нелінійностей і завад :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} g^2(x)u_1(x;0)dx &= \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2 \cdot (\text{sign}(x))^2 (|x|^{\alpha-1})^2 \cdot C \cdot e^{-|x|^\alpha} dx = \\ C\alpha^2 \int_{-\infty}^{\infty} x^{2(\alpha-1)} e^{-|x|^\alpha} dx &= \langle -x = y \rangle = 2C\alpha^2 \int_0^{\infty} x^{2(\alpha-1)} e^{-x^\alpha} dx = \langle x^\alpha = t \rangle = \\ 2C\alpha^2 \int_0^{\infty} t^{2(\frac{\alpha-1}{\alpha})} e^{-t} \frac{1}{\alpha} t^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} dt &= 2C\alpha \int_0^{\infty} t^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} e^{-t} dt = 2C\alpha \cdot \Gamma\left(\frac{2\alpha-1}{\alpha}\right) = \\ 2 \frac{\alpha^2}{2\Gamma(1/\alpha)} \Gamma\left(\frac{2\alpha-1}{\alpha}\right) &= \alpha^2 \frac{\Gamma(\frac{2\alpha-1}{\alpha})}{\Gamma(1/\alpha)} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Аналогічним чином як показано в (3.2) виходить:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) u_1(x; 0) dx = \beta^2 \frac{\Gamma(\frac{2\beta-1}{\alpha})}{\Gamma(1/\alpha)} \quad (3.2)$$

Далі чисельник:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) g(x) u_1(x; 0) dx &= C \alpha \beta \int_{-\infty}^{\infty} |x|^{\beta+\alpha-2} e^{-|x|^\alpha} dx = 2 C \alpha \beta \int_0^{\infty} x^{\beta+\alpha-2} e^{-x^\alpha} dx = \\ &= 2 C \alpha \beta \int_0^{\infty} t^{\frac{\beta+\alpha-2}{\alpha}} e^{-t} \frac{1}{\alpha} t^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} dt = 2 C \beta \int_0^{\infty} t^{\frac{\beta-1}{\alpha}} e^{-t} dt = 2 C \beta \cdot \Gamma\left(\frac{\beta+\alpha-1}{\alpha}\right) = \\ &= \alpha \beta \frac{\Gamma\left(\frac{\beta+\alpha-1}{\alpha}\right)}{\Gamma(1/\alpha)} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Підсумкова формула, яка для наочності виражена в децибелах, матиме вигляд:

$$\rho = 10 \cdot \ln \frac{\Gamma^2\left(\frac{\beta+\alpha-1}{\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{2\beta-1}{\alpha}\right) \Gamma\left(\frac{2\alpha-1}{\alpha}\right)} \quad (3.2)$$

На основі отриманих дослідних даних можливо розрахувати коефіцієнт асимптотичної відносної ефективності одного алгоритму виявлення по відношенню до іншого таким чином:

$$\rho = \frac{(a_1 / \sigma_1)^2}{(a_2 / \sigma_2)^2} \quad (3.3)$$

де a_1 і σ_1 - математичне очікування і середньоквадратичне відхилення першої статистики;

a_2 і σ_2 - середнє і середньоквадратичне відхилення другої статистики за рівних заводових умов.

Таблиця 3.1(9). Результати моделювання алгоритмів

Алгоритм	Параметр розподілу завади α	Мат. очікування статистики	СКВ статистики
<i>Знаковий</i>	$\alpha=1$	23641,38	5873,68
	$\alpha=2$	20868,78	5478,72
	$\alpha=3$	16252,60	4839,14
	$\alpha=4$	14594,38	4598,56
<i>Лінійний</i>	$\alpha=1$	35123,09	10447,18
	$\alpha=2$	33985,60	7221,62
	$\alpha=3$	34052,11	7318,67
	$\alpha=4$	34125,63	7265, 19
<i>Медіаний</i>	$\alpha=1$	23627,74	5928,53
	$\alpha=2$	20843, 20	5424,14
	$\alpha=3$	16279,87	4893,62
	$\alpha=4$	14599,13	4613,74
<i>Ван-дер-Вардена</i>	$\alpha=1$	19709,45	5276,77
	$\alpha=2$	30243,09	6154,69
	$\alpha=3$	30884,66	6122,28
	$\alpha=4$	31853,60	6096,02

КАВЕ знакового алгоритму, оптимального при лапласовій заваді по відношенню до лінійного алгоритму, оптимального при нормальній заваді,

рівний $\rho = \frac{(30024 / 7357)^2}{(49154 / 9713)^2} = 0.650 = -1.87 \text{ дБ}$ (перешкода нормальна). Тобто при нормальній заваді знаковий пристрій виявлення (при великих розмірах вибірки і слабкому сигналі) менш ефективний, чим оптимальний для нормальної завади лінійний пристрій виявлення. Теоретично згідно (3.2)

програш складає $\rho = 0.636 = -1.96 \text{ дБ}$.

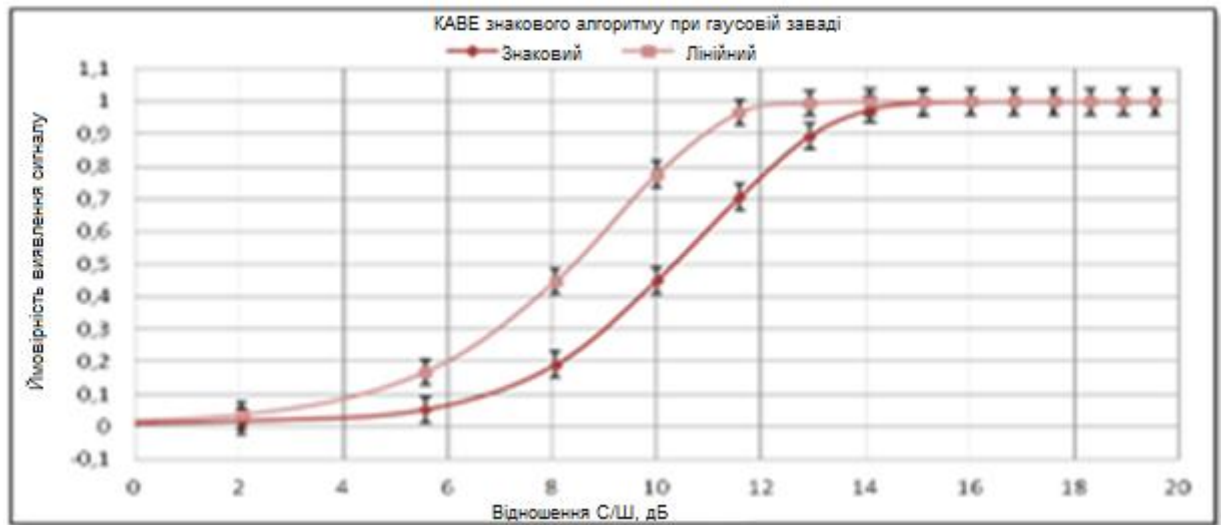


Рисунок 3.2- Характеристика виявлення знакового і лінійного алгоритмів на фоні нормальної завади

Якщо в якості шуму для цих двох алгоритмів розглядати лапласову заваду, то КАВЕ лінійного алгоритму при С/Ш 13 дБ складає

$$\rho = \frac{(21335/9115)^2}{(16462/5565)^2} = 0,626 = -2.03 \text{ дБ}$$

, при розрахунковому теоретичному значенні - 3,01 дБ (програш в два рази).

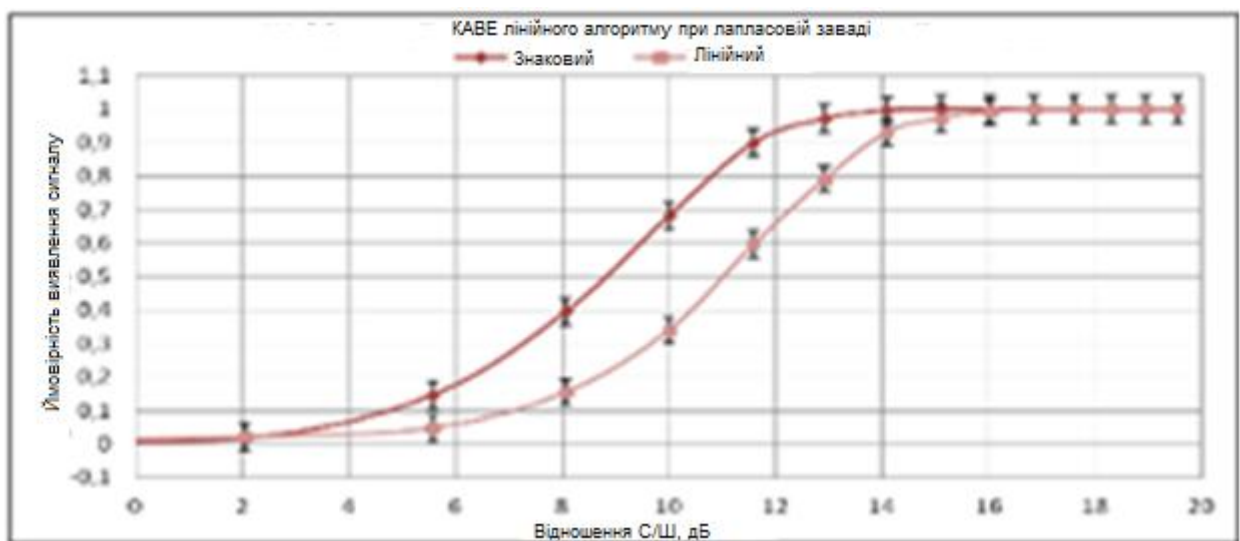


Рисунок 3.3 - Характеристика виявлення знакового і лінійного

алгоритмів на фоні лапласової завади

Порівнюючи пару АО рангових алгоритмів, оптимальних для тих же завад, отримуємо наступні характеристики:

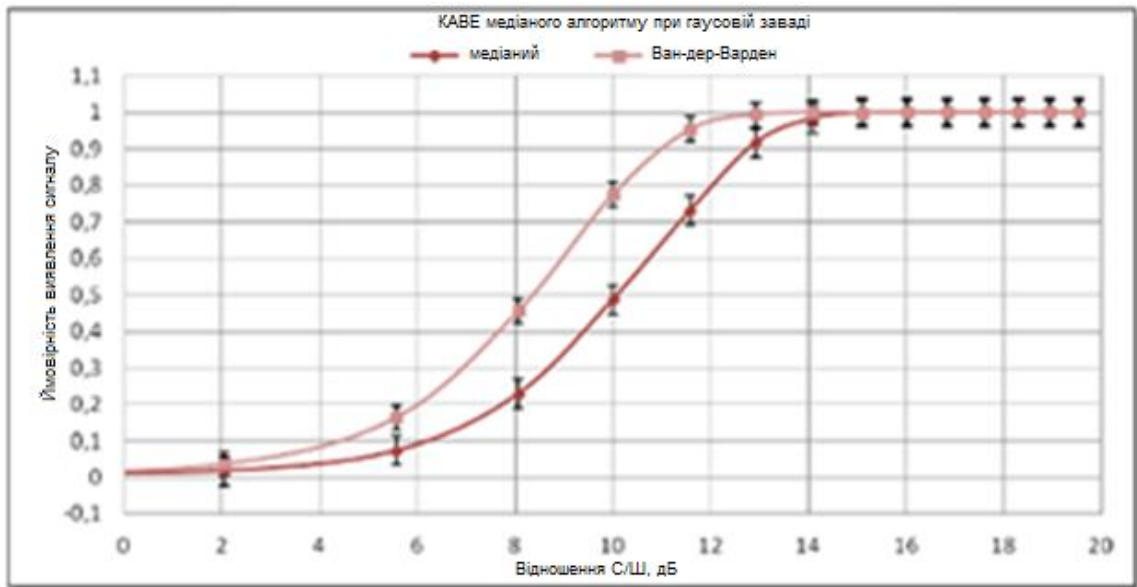


Рисунок 3.4 - Характеристика виявлення медіанного і алгоритму Ван-дер-Вардена на фоні нормальної завади

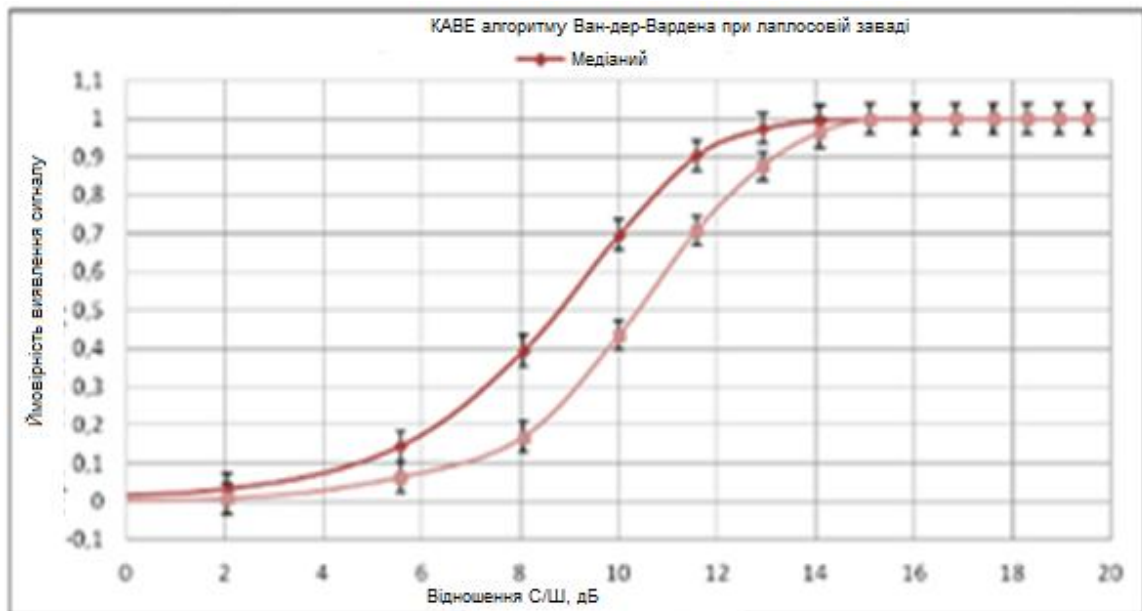


Рисунок 3.5 - Характеристика виявлення медіанного і алгоритму Ван-дер-Вардена на фоні лапласової завади

Оскільки моделюються рангові алгоритми, теоретичне значення КАВЕ для обох випадків в силу симетричності формули (1.44) відносно розподілів $\omega_1(x; 0)$ і $u_1(x; 0)$ однакове і рівне - 1,95 дБ.

$$\rho = \frac{(17094 / 5532)^2}{(25135 / 6475)^2} = 0.634 = -1.98 \text{ дБ}$$

Практичні результати склали : програє медіанний алгоритм при виявленні сигналу на фоні нормальної завади і

$$\rho = \frac{(9875 / 4336)^2}{(12725 / 4702)^2} = 0.708 = -1.49 \text{ дБ}$$

програє алгоритм Ван-дер-Вардена в обстановці лапласової завади.

Порівнюючи АО нерангові алгоритми з АО ранговими за умови налаштування на одну і ту ж заваду, можливо підтвердити, що при виконанні асимптотичних умов їх характеристики прагнуть співпасти:

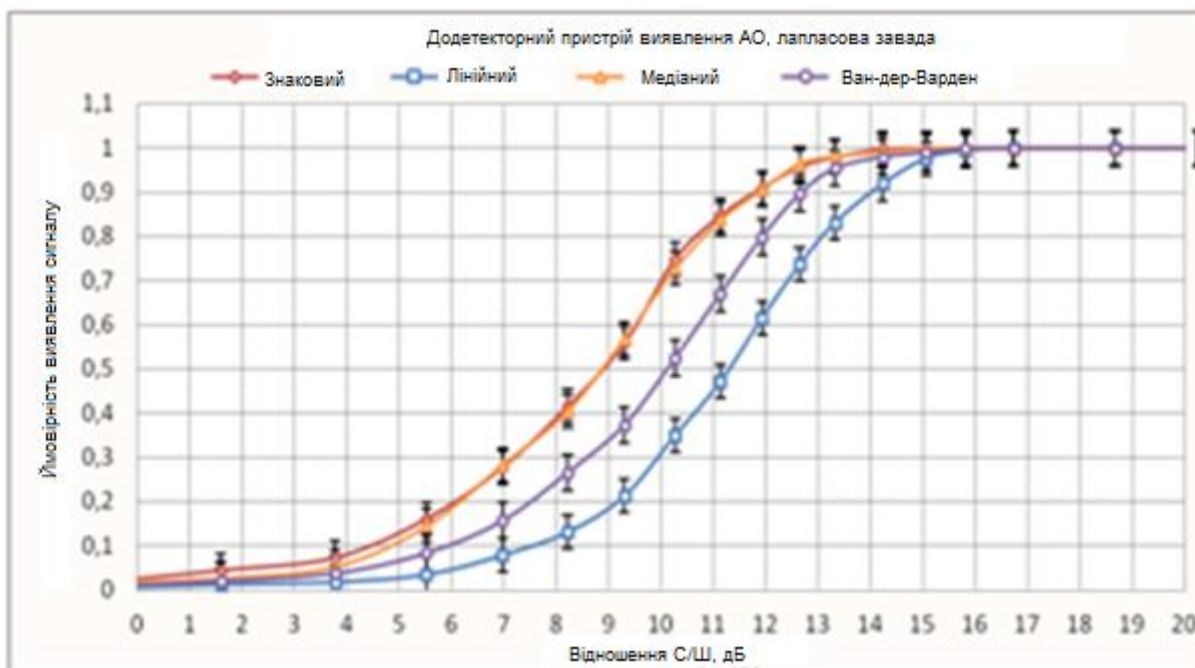


Рисунок 3.6 - Характеристика пристроїв виявлення на фоні лапласової завади

Медіанний і знаковий алгоритми практично ідентичні, Ван-дер-Вардена дещо виграє в порівнянні із лінійним алгоритмом. Це явище можна

зумовити обмеженою кількістю членів вибірки, яка в ідеальному випадку прагне до нескінченності. Також це показує велику стійкість алгоритму Ван-дер-Вардена до зміни завадової обстановки.

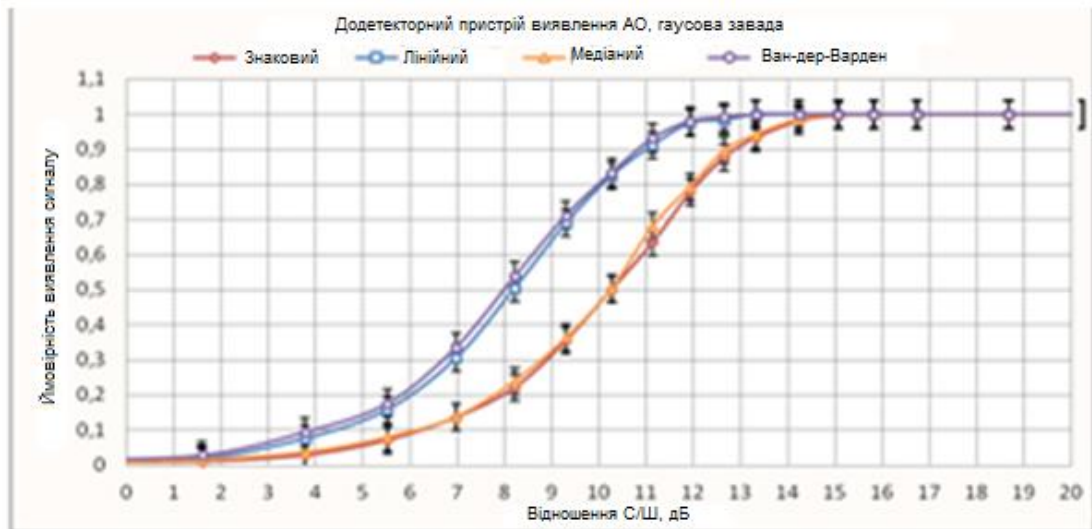


Рисунок 3.7 - Характеристика пристроїв виявлення на фоні гаусової завади

В даному випадку ситуація аналогічна для іншої пари алгоритмів - медіанний стійкіший ніж знаковий алгоритм при заваді гаусового типу.

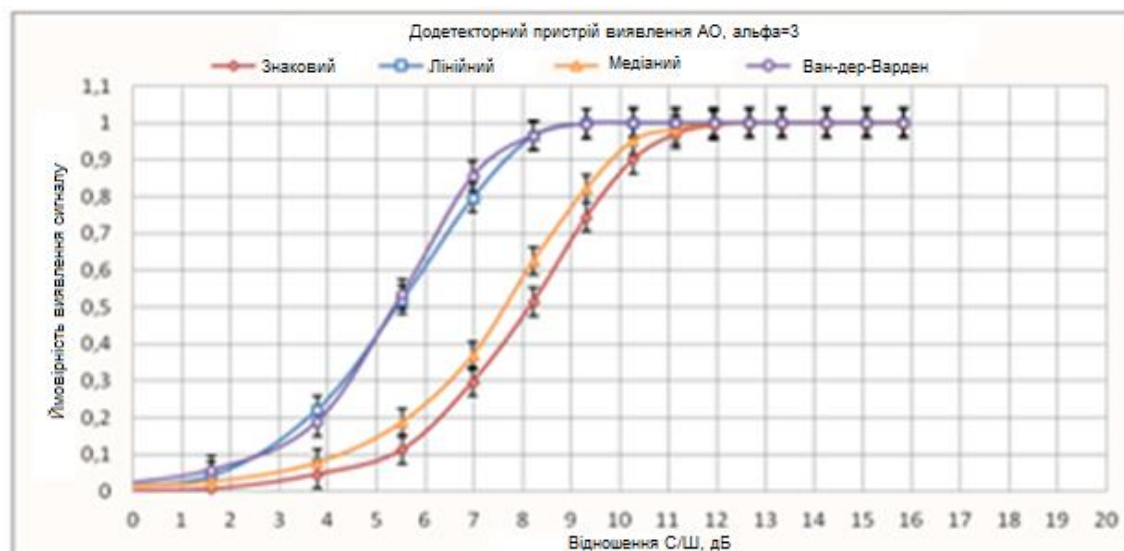


Рисунок 3.8 - Характеристика пристроїв виявлення на фоні завади при $\alpha=3$

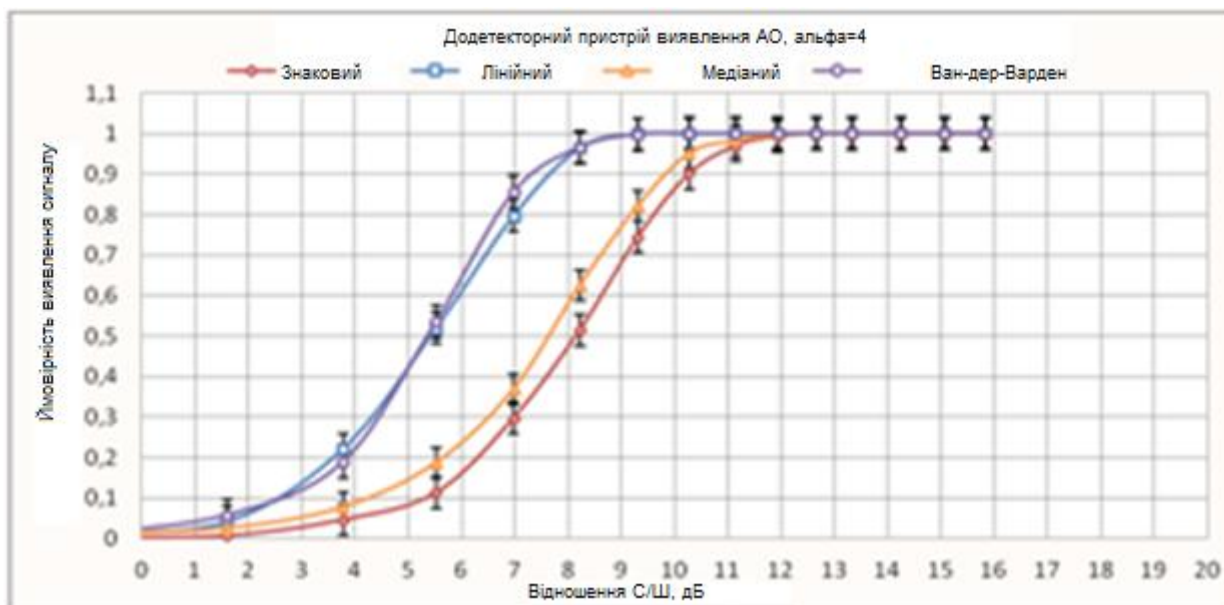


Рисунок 3.9 - Характеристика пристроїв виявлення на фоні завади при $\alpha=4$

При роботі в умовах завад з показниками $\alpha=3,4$ рангові алгоритми демонструють велику стійкість в порівнянні з неранговими, хоча їх характеристики прагнуть співпасти.

Таблиця 3.2 Порівняльна таблиця теоретичного і практичного значень КАВЕ

Алгоритм	Коефіцієнт АВЕ	
	Теоретичне значення, дБ (раз)	Розрахункове значення, дБ (раз)
<i>Знаковий</i>	-1,96 (0,636)	-1,86 (0,650)
<i>Лінійний</i>	-3,01 (0,5)	-2,03 (0,626)
<i>Медіанний</i>	-1,95 (0,638)	-1,98 (0,633)
<i>Ван-дер-Вардена</i>	-1,95 (0,638)	-1,49 (0,708)

Окрім розглянутих вище КАВЕ, необхідно розглянути ефективність

роботи алгоритмів за умови післядетекторної обробки.

Таблиця 3.3 – Порівняльна таблиця додетекторного та післядетекторного приймання

Алгоритм	Тип виявлення	Мат. очікування статистики	СКВ статистики	КАВЕ	
				раз	дБ
<i>Знаковий</i>	Додетекторний	52612,73857	9812,773104	0,166	-7,80
	Післядетекторний	213,764728	97,85355006		
<i>Лінійний</i>	Додетекторний	49154,88	9713,08	0,239	-6,21
	Післядетекторний	34,91464884	14,10228235		
<i>Медіаний</i>	Додетекторний	127922,1887	24144,55227	0,152	-8, 19
	Післядетекторний	187,3223265	90,76610516		
<i>Ван-дер-Вардена</i>	Додетекторний	10990,1788	4862,569093	0,182	-7,40
	Післядетекторний	331,7973395	86,5965403		

Приведені вище значення КАВЕ отримано шляхом порівняння роботи алгоритмів при налаштуванні на "свою" заваду з роботою в післядетекторних умовах. Як вже відзначалося раніше, виявлення по огинаючій програє додетекторному випадку, оскільки алгоритми, що розглядаються в роботі, не є АО. Цей програш дуже великий, більше 6 дБ, проте все-таки алгоритми працездатні.

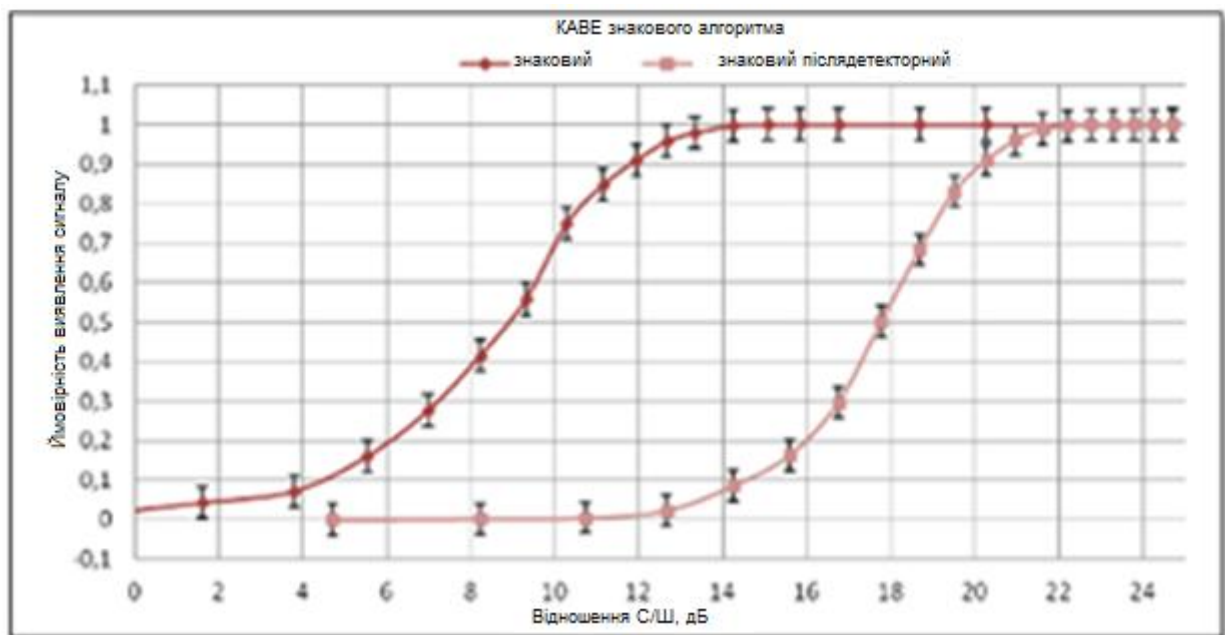


Рисунок 3.9 - Характеристика виявлення знакового і післядетекторного знакового алгоритмів на фоні лапласої завади

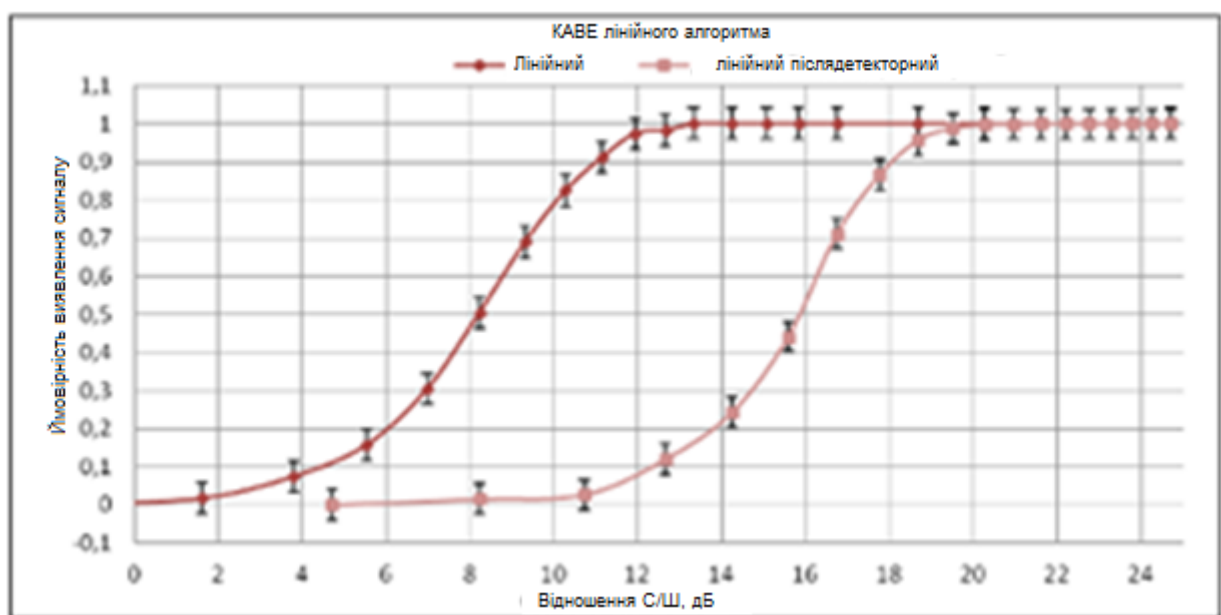


Рисунок 3.10 - Характеристика виявлення лінійного і післядетекторного лінійного алгоритмів на фоні гаусової завади

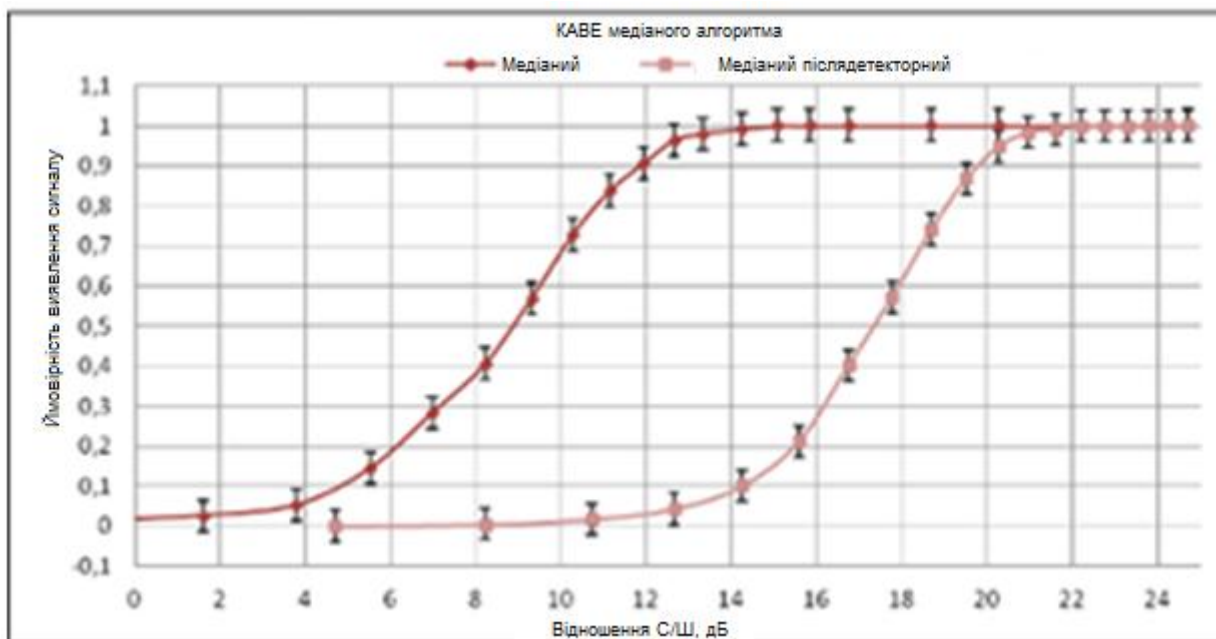


Рисунок 3.11- Характеристика виявлення медіанного і післядетекторного медіанного алгоритмів на фоні лапласової завади

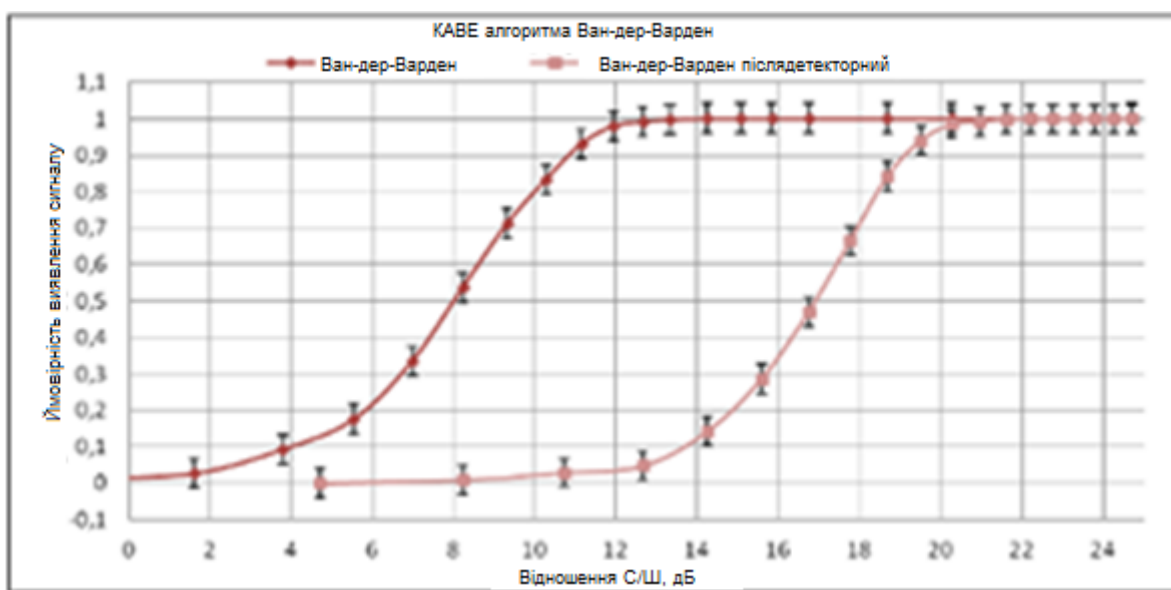


Рисунок 3.12- Характеристика виявлення алгоритмів післядетекторного і Ван-дер-Вардена на фоні гаусової завади

Слід відмітити той факт, що зберігається тенденція кращої роботи пристрою виявлення при налаштуванні на "свою заваду", наприклад знаковий алгоритм виграє при лапласовій заваді у себе ж на фоні гаусового шуму.

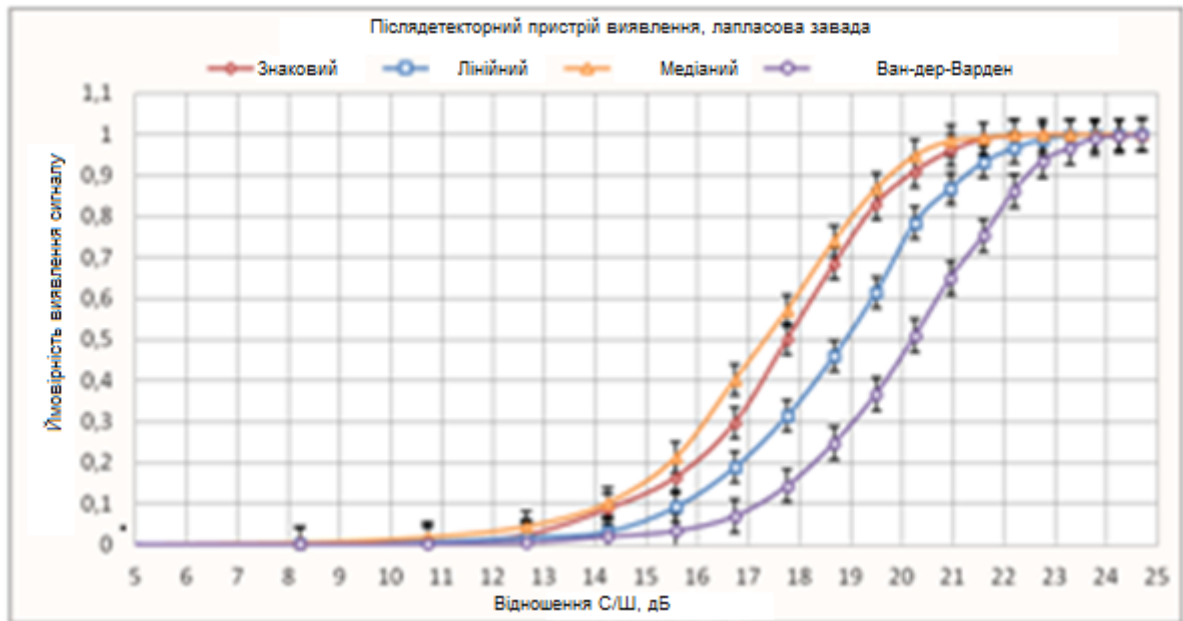


Рисунок 3.13- Характеристика пристроїв виявлення на фоні лапласової завади

Також розглянуті різні ймовірності ЛТ, що впливає безпосередньо на поріг прийняття, в кожному з алгоритмів. Зі зменшенням ймовірності ЛТ зростає поріг, що призводить до зміщення характеристик у напрямі більшого відношення С/Ш:

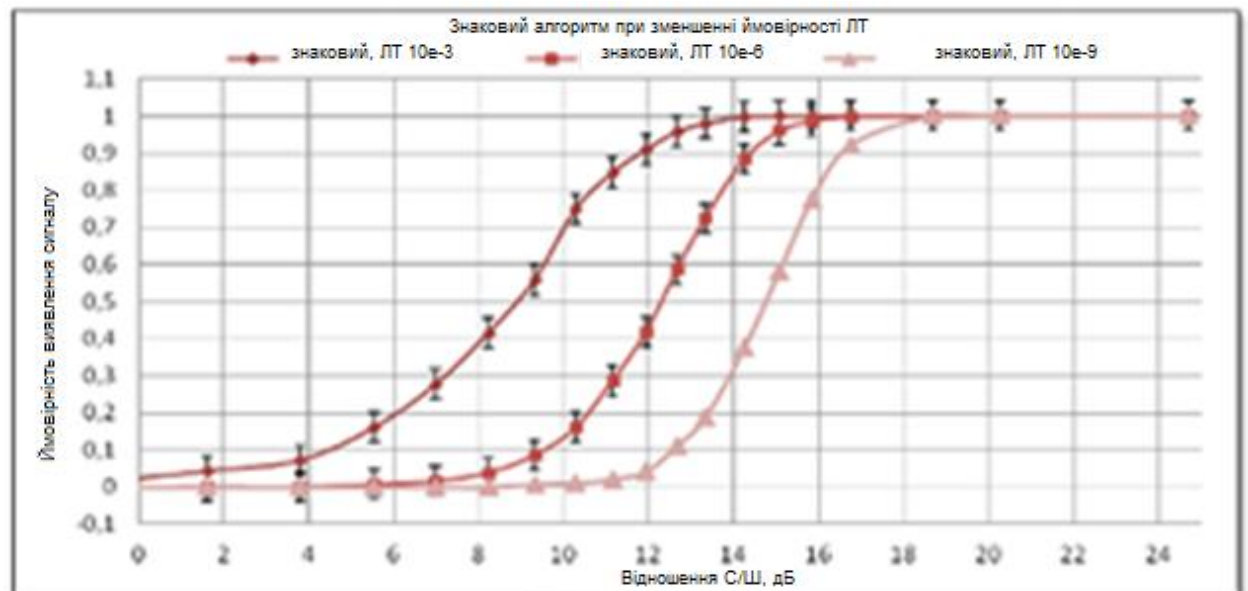


Рисунок 3.14– Характерика знакового алгоритма при різних ймовірностях ЛТ

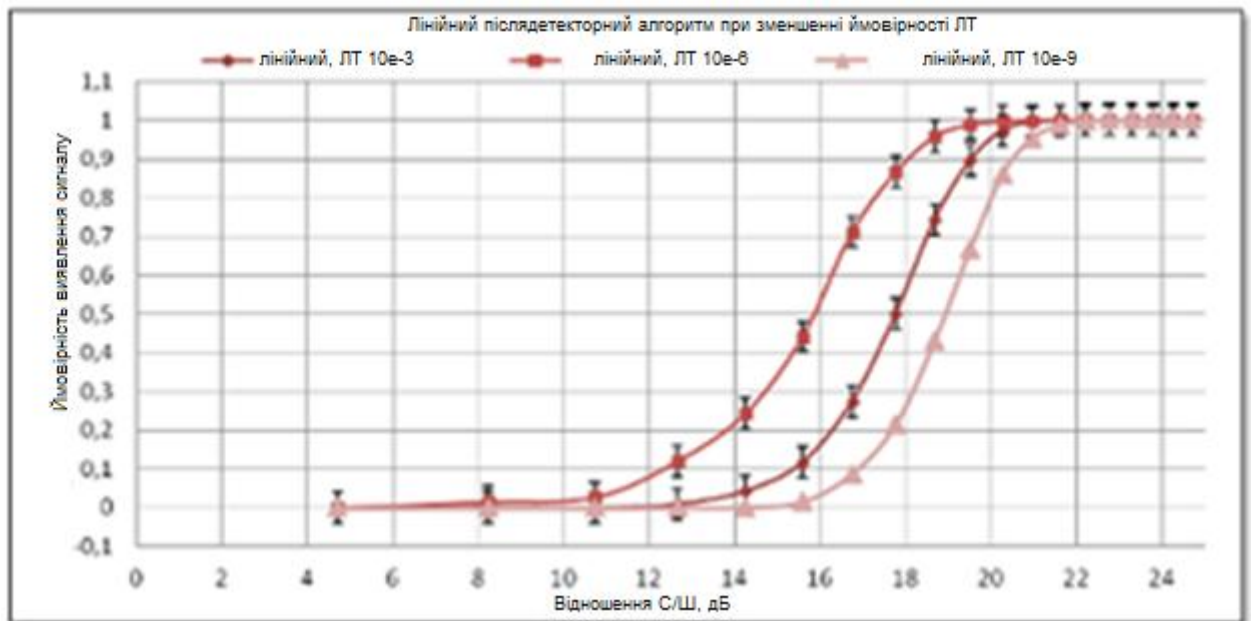


Рисунок 3.15– Характерика лінійного післядетекторного алгоритма при різних ймовірностях ЛТ

Довірчі інтервали

Отримані результати розрізняються при кожному черговому випробуванні, тому слід розглянути довірчі інтервали для визначених вище значень ймовірності виявлення сигналу.

Для довільного заданого значення β вкажемо таке δ , що

$$P\{|\hat{\alpha} - a| \leq \delta\} = 1 - \beta, \quad (3.4)$$

де a - істинне значення параметра, що оцінюється

$\hat{\alpha}$ - статистична оцінка.

Чим менше для заданого β величина δ , тим оцінка точніша. Маємо:

$$P\{|\hat{\alpha} - a| \leq \delta\} = P\{-\delta \leq \hat{\alpha} - a \leq \delta\} = P\{\hat{\alpha} - \delta \leq a \leq \hat{\alpha} + \delta\} = 1 - \beta \quad (3.5)$$

Таким чином, величина $1 - \beta$ характеризує ймовірність, з якою істинне

значення a виявиться усередині інтервалу $(\hat{\alpha} - \delta, \hat{\alpha} + \delta)_3$ випадковими кінцями. Для конкретного значення $\bar{x}$ (у нашому випадку це математичне очікування статистики) маємо межі довірчого інтервалу

$$\left(\bar{x} - \delta_{\beta} \sqrt{\frac{(x - \bar{x})^2}{n-1}}; \quad \bar{x} + \delta_{\beta} \sqrt{\frac{(x - \bar{x})^2}{n-1}} \right) \quad (3.6)$$

У разі знаходження довірчого інтервалу для ймовірності правильного виявлення сигналу використовується інша формула [4]:

$$\left[\hat{p} - \delta_{\beta} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; \quad \hat{p} + \delta_{\beta} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right] \quad (3.7)$$

Розглянуті точки для кожного з приведених вище алгоритмів. Величина в графі "Мат. очікування статистики" є автоматично середнім, оскільки моделювання припускає велике число випробувань. Значення узяті з таблиці t- розподілу і дорівнює 2,58 для довірчої вірогідності 0,99 [4].

Таблиця 3.4(12) - Довірчі інтервали для оцінки отриманих даних

Алгоритм	Параметр розподілу завади α	Довжина довірчого інтервалу	
		Мат. очікування статистики	Ймовірність виявлення
<i>Знаковий</i>	$\alpha=1$	958,9	0,076
	$\alpha=2$	894,4	0,081
	$\alpha=3$	790,0	0,075
	$\alpha=4$	750,7	0,065
<i>Лінійний</i>	$\alpha=1$	1705,6	0,077

	$\alpha=2$	1179,0	0,068
	$\alpha=3$	1194,8	0,066
	$\alpha=4$	1186,1	0,062
<i>Медіаний</i>	$\alpha=1$	967,9	0,075
	$\alpha=2$	885,5	0,082
	$\alpha=3$	798,9	0,079
	$\alpha=4$	753,2	0,068
<i>Ван-дер-Вардена</i>	$\alpha=1$	861,5	0,081
	$\alpha=2$	1004,8	0,068
	$\alpha=3$	999,5	0,057
	$\alpha=4$	995,2	0,058

Висновки: В розділі були досліджені чотири асимптотично оптимальних алгоритми, налагоджених для виявлення на фоні нормальної і лапласової завади, два з яких є ранговими. Сигналом, що виявляється, виступає вузькосмуговий, модульований по амплітуді і фазі сигнал з випадковою початковою фазою, що має обумовлює некогерентний прийом. Досліджується як до, так і післядетекторний пристрій виявлення, який оснований на цих алгоритмах.

Отримані експериментально характеристики вірного виявлення сигналу від відношення сигнал/шум підтверджують з тією або іншою точністю тенденцію виграшу оптимального для цієї завади алгоритму над неоптимальними, що підтверджено розрахунками коефіцієнта асимптотичної оптимальної ефективності. Також підтверджена ідентичність характеристик АО рангових і АО нерангових алгоритмів, налаштованих на одну і ту ж заваду. Показано, що характеристики алгоритмів при післядетекторному прийомі значно знижуються (близько 7 дБ), що пов'язано з тим, що вони перестають бути асимптотично ефективними.

Найбільшу стійкість за результатами моделювання має алгоритм Ван-

дер-Вардена, налаштований на заваду гауса : програш склав - 1.49 дБ. Найгіршу стійкість демонструє лінійний алгоритм в умовах порівняння зі знаковим алгоритмом - 2.03 дБ. При розгляді роботи алгоритмів на фоні завад з показниками $\alpha=3,4$ можна зробити висновок, що рангові алгоритми стійкіші до зміни завадової обстановки. У рамках післядетекторного виявлення кращий результат демонструє лінійний алгоритм, програвши лише 6,21 дБ додетекторному пристрою виявлення.

Отримані експериментально дані близькі до очікуваних на підставі теорії значень. Розбіжність теоретичних і експериментальних даних оцінена за допомогою довірчих інтервалів.

ВИСНОВКИ

В магістерській роботі було проведено дослідження застосування алгоритмів виявлення сигналів в залежності від співвідношення сигнал шум. В результаті роботи:

1. Розроблено математичний апарат моделювання алгоритмів виявлення сигналів.
2. Розроблено алгоритм проведення моделювання та програмна модель на основі цього алгоритму.
3. Досліджено ймовірності виявлення сигналу на фоні завад та можливість використання неоптимальних до розподілу завад алгоритмів виявлення.
4. Досліджено можливість роботи в високочастотному та низькочастотному діапазоні.

При виконанні дослідження було показано, що ефективність АО алгоритмів знижується в умовах роботи при чужій перешкоді, що підтверджується розрахунком КАВЕ. За підсумками імітаційного моделювання післядетекторних пристроїв виявлення, які працюють на основі вищеописаних алгоритмів, спостерігається виграш додетекторного прийому над поїдетекторним.

При виконанні роботи було розроблено математичну модель сигналу, шуму та алгоритму виявлення сигналу.

Отримані вирази досить складні, тому потребували розробки спеціального програмного забезпечення для проведення розрахунків.

Результатами моделювання є графіки залежності, які дозволяють провести аналіз ефективності різних алгоритмів виявлення сигналу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Довідник з радіомоніторингу / Під заг. ред. П.В. Слободянюка. –Ніжин: ТОВ "Видавництво "Аспект-Поліграф", 2008. - 588 С.: іл.
2. Хорошко В.О. Пошук та локалізація радіозакладних пристроїв. Навчальний посібник. / . В.О.Хорошко, О.Д.Азаров, Г.О.Максименко, Ю.Є.Яремчук.- Вінниця: ВНТУ, 2007. - 333 с.
3. Rembovsky, A. M. Radio Monitoring: Automated Systems and Their Components. Springer, 2009.
4. Bardgett, S., & Kind-Kovács, F. "Transnational Radio Monitoring in the Twentieth Century." Routledge, 2020.
5. Arjoune, Y.; Kaabouch, N. A Comprehensive Survey on Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks: Recent Advances, New Challenges, and Future Research Directions. Sensors 2019, 19, 126
6. Rembovsky, A. M., & Smolskiy, S. M. "Direction Finding and Monitoring of Radio Emissions." Springer, 2009.
7. Zivkovic, Z., & Markovic, V. "Radio Spectrum Monitoring for Efficient Spectrum Management." IEEE Transactions on Broadcasting, 2015.
8. Vankka, J. "Digital Modulation Techniques for Radio Monitoring." Wiley, 2012.
9. Yanovsky, F. "Interference Mitigation in Radio Monitoring Systems." International Journal of Electronics and Telecommunications, 2021.
10. Thakur, P., Kumar, A., Pandit, S., & Singh, G. "Spectrum Monitoring in Heterogeneous Cognitive Radio Networks." IET Communications, 2018.
11. Nielsen-Saines, K. "Technical Handbook for Radio Monitoring VHF/UHF." 2017.
12. Zhang, L. "Efficient Spectrum Monitoring Using Cognitive Radio." IET Communications, 2017.
13. Tao, X., & Pan, J. "Advanced Techniques for Wideband Spectrum Monitoring." IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016.
14. Rauscher, C. "Optimization of Radio Spectrum Monitoring Systems." Springer, 2014.

15. Akhtar, M., & Qamar, F. "Artificial Intelligence in Radio Spectrum Monitoring." IEEE Transactions on Broadcasting, 2016.
16. Ali, A., & Farooq, M. "Wideband Spectrum Monitoring Using Compressive Sensing." IEEE Transactions on Signal Processing, 2017.
17. Wei, Q. "Real-Time Radio Spectrum Monitoring Using Software-Defined Radios." IEEE Sensors Journal, 2017.

Додаток А

Модельовання знакового алгоритму

function P=SignStat (a, n, lambda, C, m)

% функція реалізує алгоритм виявлення сигналу S на фоні завади N с

% використовується знаковий алгоритм

f1=100; %частота несучої

f2=10; %частота АМ

f3=6; %частота ФМ

fs=2000; %частота дискретизації

dt=1/fs; %період дискретизації

k= [1: n];

Fi=2*pi*rand; %рівномірно розподілена на (0, 2Pi) випадкова фаза

at=1-0.6*sin (2*pi*f2*dt*k); %амплітудна модуляція a (t)

ft=sin (2*pi*f3*dt*k); %фазова модуляція

S1=at. *cos (2*pi*f1*dt*k+2*pi*fi); %синусоїдна складова

вузькосмугового сигналу

S2=at. *sin (2*pi*f1*dt*k+2*pi*fi); %косинусоїдна складова

вузькосмугового сигналу

F1=cos (Fi); %складова із випадковою фазою

F2=sin (Fi); % складова із випадковою фазою

s1=F1. *S1;

s2=F2. *S2;

S= (s1+s2); %вузькополосний сигнал

E=S. *S; % почленное перемножение

Energy=sum (E); % енергія сигналу

N=zeros (m,n); %резервування

X=zeros (m,n);

for i=1: m

y=rand (1,n); % випадкова величина, распод. рівномірно на (0,1)

for j=1: n

if y (1,j) <0.5

N (i,j) =log (2*y (1,j));

```

else N (i,j) =-log (2* (1-y (1,j)));
end;
end; %шумові відліки (по Лапласу)
end;
%for i=1: m
% N (i,:) =randn (1,n); % шумові відліки (по Гаусу)
%end; %CKO=1
%for i=1: m
% N (i,:) =InverseF (4,0.01,n); % шумові відліки для альфа=3,4
%end;
for i=1: m
X (i,:) =N (i,:) +lambda*S; %відліки вхідного сигналу
end;
F=sign (X); %перетворення для випадку лапласової завади
Y1=F*S1'; %розрахунок першої компоненти статистики (s1' -
транспонована)
Y2=F*S2'; % розрахунок другої компоненти статистики
Y= (Y1. ^2+Y2. ^2); %статистика (ст. m)
MeanY= (1/m) *sum (Y); %мат. очікування статистики
SigmaY=sqrt ( (1/m) *sum ( (Y-MeanY). ^2)); %СКВ статистики
if lambda==0
C=norminv (1-a) *SigmaY; % розрахунок порогу
end%в інших випадках в якості порогу взято відповідне
%значення із списку вхідних змінних
P (1) =MeanY;
P (2) =SigmaY;
P (3) =sum (Y>C) /m; %ймовірність перевищення порогу
P (4) =C;
P (5) =sqrt ( (1/m) *sum ( ( (Y>C) - P (3)). ^2)); %СКВ ймовірності
виявлення
P (6) =Energy;
end
Модельовання піследетекторного алгоритму

```

```

function P=LinStatAfterD (a, n, lambda, C, m)
f1=100; %частота несучої
f2=10; %частота АМ
f3=6; %частота ФМ
fs=2000; %частота дискретизації
dt=1/fs; %період дискретизації
k= [1: n];
Fi=2*pi*rand; %рівномірно розподілена на (0, 2Пi) випадкова фаза
at=1-0.6*sin (2*pi*f2*dt*k); %амплітудна модуляція a (t)
ft=sin (2*pi*f3*dt*k); %фазова модуляція
S1=cos (2*pi*f1*dt*k); %ВЧ синусоїдальна складова вузькосмугового
сигналу
S2=sin (2*pi*f1*dt*k); %ВЧ косинусоїдальна складова вузькосмугового
сигналу
F1=at. *cos (2*pi*ft+Fi); %НЧ квадратурна складова із випадковою
фазою
F2=at. *sin (2*pi*ft+Fi); %НЧ квадратурна складова із випадковою
фазою
s1=F1. *S1;
s2=F2. *S2;
S= (s1+s2); %вузькосмуговий сигнал с ФМ+АМ
%envelop_theor=sqrt (F1. *F1+F2. *F2);
E=S. *S; % множення
Energy=sum (E); %енергія сигналу
N=zeros (m,n); %резервування
X=zeros (m,n);
p1=zeros (m,n);
p2=zeros (m,n);
%for i=1: m
%y=rand (1,n); %випадкова величина, розпрод. рівномірно на (0,1)
%for j=1: n
% if y (1,j) <0.5
% N (i,j) =log (2*y (1,j));

```

```

% else N (i,j) =-log (2* (1-y (1,j)));
% end;
%end; %шумові відліки (по Лапласу)
%end;
for i=1: m
N (i,:) =randn (1,n); %шумові відліки (по Гауссу)
end;
%for i=1: m
% N (i,:) =InverseF (4,0.01,n); %шумові відліки для альфа=3,4
%end;
for i=1: m
X (i,:) =N (i,:) +lambda*S; %відліки вхідного сигналу
end;
h=
[0.00214878098764361,-0.000508941564030241,-
0.000835556005369367,-0.00137992698650711,-0.00212617978232506,-
0.00305493668134725,-0.00413953304729004,-0.00534156091311405,-
0.00660960942525603,-0.00787935696228989,-0.00907346613500459,-
0.0101041722344159,-0.0108774805994459,-0.0112942994686013,-
0.0112583337591169,-0.0106795092121329,-0.00947709806013780,-
0.00759132447219574,-0.00498102178544803,-
0.00163202482478250,0.00244043069481508,0.00719097339583034,0.01254281
04901388,0.0183890001131049,0.0245956847756615,0.0310046913294858,0.03
74393103809241,0.0437190055043905,0.0496441632736301,0.05503389264795
75,0.0597136573238143,0.0635284223119868,0.0663503916867478,0.06808316
80136240,0.0686673650716663,0.0680831680136240,0.0663503916867478,0.06
35284223119868,0.0597136573238143,0.0550338926479575,0.04964416327363
01,0.0437190055043905,0.0374393103809241,0.0310046913294858,0.02459568
47756615,0.0183890001131049,0.0125428104901388,0.00719097339583034,0.0
0244043069481508,-0.00163202482478250,-0.00498102178544803,-
0.00759132447219574,-0.00947709806013780,-0.0106795092121329,-
0.0112583337591169,-0.0112942994686013,-0.0108774805994459,-
0.0101041722344159,-0.00907346613500459,-0.00787935696228989,-
0.00660960942525603,-0.00534156091311405,-0.00413953304729004,-

```

0.00305493668134725,-0.00212617978232506,-0.00137992698650711,-
0.000835556005369367,-0.000508941564030241,0.00214878098764361;];

%Коефіцієнти фільтра

for i=1: m

p1 (i,:)=X (i,:). *S1;

I (i,:)=conv (p1 (i,:),h);

p2 (i,:)=X (i,:). *S2;

Q (i,:)=conv (p2 (i,:),h);

end

X=sqrt (I. *I+Q. *Q);

envelop=zeros (1,n);

for j=1: m

for i=34: length (X) - 35

envelop (j, i-33) =X (j, i);

end;

end; %Процедура фільтрації і виділення огинаючої

Meanenvelop=zeros (m,1);

envelop2=zeros (m,n);

for j=1: m

Meanenvelop (j) = (1/n) *sum (envelop (j,:));

envelop2 (j,:)=envelop (j,:) - Meanenvelop (j);

end; %огинаюча без постійної складової

F=envelop2; %перетворення для свипадку гаусової завади

at2= ((at). * (at));

Y=F*at2'; %статистика (ст. m)

MeanY= (1/m) *sum (Y); %мат. очікування статистики

SigmaY=sqrt ((1/m) *sum ((Y-MeanY). ^2)); %СКВ статистики

if lambda==0

C=norminv (1-a) *SigmaY; %розрахунок порогу

end%в інших випадках в якості порогу буде взято відповідне

%значення із списку вхідних змінних

P (1) =MeanY;

P (2) =SigmaY;

```

P (3) =sum (Y>C) /m; %ймовірність перевищення порогу
%P (3) =1-normcdf (C, MeanY, SigmaY); %еквівалентна формула
P (4) =C;
P (5) =sqrt ( (1/m) *sum ( ( (Y>C) - P (3)). ^2)); %СКВ ймовірності

```

виявлення

```

P (6) =Energy;
end
Формування інтегральної функції розподілу завади
function D=Distribution (alpha, epsilon)
% alpha - параметр розподілу завади
% Функція видає на виході інтегральну функцію розподілу F (x),
% яка обмежена відрізком розгляду [-T, T] и задану таблично:
T=fzero (@ (t) 1-epsilon-gammainc (t^alpha, 1/alpha), [1, 500]); %тут
%розраховується границя інтервалу [-T; T], на якому слід розглядати
%функції F (x) і W (x), виходячи із значення параметра epsilon.
global dt %глобальна змінна
dt=0.01; %dt - крок дискретизації функції F (x)
t=-T: dt: T; %значення аргумента
s=size (t); %розмірність вектора
F=zeros (1, s (2)); %резервування
for i=1: s (2) %формування F (x)
if t (1, i) <=0
F (1, i) = (1/2) * (1-gammainc ( (abs (t (1, i))) ^alpha, 1/alpha));
else F (1, i) = (1/2) * (1+gammainc ( (abs (t (1, i))) ^alpha, 1/alpha));
end;
end;
D=zeros (2, s (2) +2); %таблиця значень функції F (x)
D (1, 1) =-T-dt;
D (2, 1) =0;
D (1, 2: s (2) +1) =t;
D (2, 2: s (2) +1) =F;
D (1, s (2) +2) =t (s (2)) +dt;
D (2, s (2) +2) =1;

```

end

Формування шумової виборки

function P=InverseF (alpha, epsilon, n)

% Функція видає на виході випадковий вектор-рядок довжиною n,

% елементи якої являються реалізаціями випадкової величини,

% розподіленої по закону F (x)

D=Distribution (alpha, epsilon); %ф-ція F (x)

ygrand=rand (1,n); %випадк. величина із рівномір. розподілом на [0; 1]

ydistrF=zeros (1,n); % випадк. величина із розподілом F

for j=1: n %формуємо випадк. величину ydistrF

i=2;

while ygrand (1, j) >D (2, i)

i=i+1;

end

ydistrF (1,j) = (D (1, i) +D (1, i-1)) /2;

end

ydistr_Di_1=ydistrF*sqrt (gamma (1/alpha) /gamma (3/alpha));

%случайная величина ydistr_Di_1 имеет дисперсию равную 1

P=ydistr_Di_1;

end

Моделювання характеристики алгоритму

function P=Lin_DetectAfterD (m,n)

a=1e-3; %ймовірність ЛТ,

lambda= [0.1: 0.05: 1]; %амплітуда сигналу

P=zeros (2, length (lambda)); %резервування

C=0; %C - порог прийняття рішення

S0=LinStatAfterD (a, n, 0, C, m); %розрахунок порогу для випадку відсутності сигналу

% (в даному випадку поріг C може бути будь-яким, т.як. він розраховується всередині процедури SignStat)

for i=1: length (lambda)

S=LinStatAfterD (a, n, lambda (i), S0 (4), m);

P (1, i) =S (3); %записуємо ймовірність правильного виявлення

```

P (3, i) =S (1); %мат. очікування статистики Y
P (4, i) =S (2); %СКВ Y
P (5, i) =S (5); %СКВ ймовірності виявлення
end
P (2,:) =20*log10 (lambda*sqrt (S (6) /2)); %значення аргумента для
побудови графіка (1-beta) від h
%h - відношення сигнал-шум
figure (2);
plot (P (2,:), P (1,:)) %графічне зображення отриманої залежності
grid on;
title ('Ймовірність виявлення Лінійний')
end
Розрахунок теоретичного значення KABE
function Ro=KAOE (alpha,beta) %розрахунок коефіцієнта відносної
%асимптотичної ефективності алгоритма,
%налаштованого на заваду з Бета в якості показника експоненти
густини
%розподілу при впливі із завадою з Альфа відносно алгоритма,
%оптимального цієї завади.
up= (gamma ( (beta+alpha-1) /alpha)) * (gamma ( (beta+alpha-1) /alpha));
%чисельник
down= (gamma ( (2*beta-1) /alpha) *gamma ( (2*alpha-1) /alpha));
%знаменник
Ro=10*log10 (up/down);
Розрахунок рангового вектора
function R=rang (n)
s=size (n); %розміри вектору
M=zeros (s (2)); %резервування
for i=1: s (2)
for j=1: s (2)
M (i,j) =0.5*sign (n (j) - n (i)) +0.5; %матриця знаків різниць
end;
end;

```

R=sum (M) +0.5; %вектор рангів

*Модельовання датчика випадкових величин і перевірка працездатності
по критерію Хи-квадрат*

function P=RayRicetest (m,N,D)

clf;

m=10000; %кількість членів виборки

B=1; %масштабуючий множник для релея

D=10; %параметр зміщення (центр густини)

N=100; %кількість інтервалів (ступені свободи)

R = ncx2rnd (B, D, [1 m]); %виборка сл. величин, розподілених по
релею-райсу

figure (1)

top=max (R); %розрахунок границь інтервалів

bot=min (R);

biedges=linspace (bot,top,N+1);

[n, whichBin] =histc (R,biedges); %кількість попадань в кожен інтервал

figure (1)

bar (biedges,n,'r'); %'дослідна густина розподілу'

title ('дослідна густина розподілу')

hold on

for i=3: length (n) - 30 %корекція крайніх інтервалів

nn (i-2) =n (i);

bbiedges (i-2) =biedges (i);

end;

bar (bbiedges,nn,'g'); %дослідна густина розподілу

grid on %із врахуванням корекції

ce = cumsum (nn) /m; %розрахунок функції розподілу виборки

figure (2)

bar (bbiedges,ce,'g')

title ('досліджувана функція розподілу')

hold on

X=min (R): (max (R) - min (R)) / (N): max (R);

for i=3: length (X) - 30 %корекція крайніх рідкісних частот

```

XX (i-2) =X (i);
end;
figure (1)
f= ncx2pdf (XX, B, D); %теоретическая плотность релея-райса
%plot (f)
ff=f*m* ( (max (R) - min (R)) /N);
plot (XX,ff)
hold off
ct = cumsum (ff) /m; %розрахунок теоретич. Функції розподілу
figure (2)
plot (bbiedges,ct)
hold off
L = chi2inv (0.95,N-1); %рівень значимості 0,05
%Ймовірність отримати наст. вел.,
%розподіленої  $\chi^2$  с V=N более L
%складає 5%.
xi= ( (nn-ff). ^2). /ff; %розрахунок критерію
XI=sum (xi);
P (1) =L;
P (2) =XI;
if P (2) >P (1)
P (3) =false; %єдиниця – розподіл належить Р-Р
else P (3) =true; %нуль - розподіл не належить Р-Р
end

```