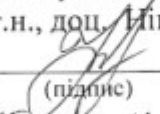


Міністерство освіти і науки України  
Державний університет «Житомирська політехніка»  
Факультет інформаційно-комп'ютерних технологій  
Кафедра біомедичної інженерії та телекомунікацій

УДК 326.391

«Допущено до захисту»

Завідувач кафедри біомедичної  
інженерії та телекомунікацій  
к.т.н., доц. Нікітчук Т.М.

  
(підпис)  
« 15 » 12 2020 р.

АТЕСТАЦІЙНА МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

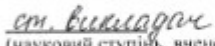
на тему «Дослідження впливу бічних пелюсток спектра вікон на  
похибки обробки сигналу»

за спеціальністю 172 «Телекомунікації та радіотехніка»  
освітній ступінь «магістр»

Виконавець роботи  
студент 2 курсу, гр.ТРм-19-1

15.12.20   
(підпис, дата)

Рисіч Я.О.  
(ініціали, прізвище)

Науковий керівник  
  
(науковий ступінь, вчене звання)

15.12.20   
(підпис, дата)

Бенедицький Б.В.  
(ініціали, прізвище)

Житомир  
2020

## **Пояснювальна записка** **до кваліфікаційної магістерської роботи**

на тему «Дослідження впливу бічних пелюсток спектра вікон на похибки обробки і  
передачі сигналу»

Виконав: студент 2 курсу, групи ТРМ-19-  
1 спеціальності 172 «Телекомунікації та  
радіотехніка»

Рисіч Я.О.

Керівник Бенедицький В.Б.  
(прізвище та ініціали)

Рецензент Нікітчук Т. М.  
(прізвище та ініціали)

Житомир  
2020

«Затверджено»

Завідувач кафедри біомедичної  
інженерії та телекомунікацій

 Т.М. Нікітчук

«25» червня 2020 р.

**Завдання**  
**на кваліфікаційну магістерську роботу**

Рисіч Ярослав Олександрович

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи «Дослідження впливу бічних пелюсток спектра вікон на похибки обробки сигналу»

затверджено наказом по університету від «16» жовтня 2020 р. № 368/с

2. Мета дослідження: Визначити вплив бічних пелюсток спектра вікон на похибки обробки і передачі сигналу.

3. Об'єкт дослідження: Бокові пелюстки спектра вікон.

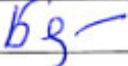
4. Предмет дослідження: Вплив на похибки обробки сигналу.

5. Перелік завдань, які потрібно розробити: 1) Методика проектування КИХ-фільтра за допомогою вікон; 2) Критерії точності фільтрації сигналів КИХ-фільтрів; 3) Фільтрація різних видів сигналів трьома фільтрами; 4) Порівняльний аналіз впливу вікна в частотній та часовій областях.

6. Термін подання роботи до захисту Грудень 2020р.

7. Дата видачі завдання «25» Червня 2020 р.

Науковий керівник

  
(підпис)

Бенедицький В.Б.

(прізвище, ініціали)

Завдання прийняв

  
(підпис)

Рисіч Я.О.

(прізвище, ініціали)

до виконання

## **АНОТАЦІЯ**

В магістерській роботі здійснено дослідження впливу бічних пелюсток спектра вікон на похибки обробки і передачі сигналу. Протрансльовано зміни сигналів під впливами різних КИХ-фільтрів.

Профільтровано різні види сигналів трьома фільтрами: обраним для зважування, спроектованим за допомогою прямокутного і спроектованим за допомогою гарного вікна в MATLAB.

## **ANNOTATION**

In the master's thesis the research of the influence of the side petals of the window spectrum on the errors of signal processing and transmission is carried out. Signal changes under the influence of various FIR filters are transmitted.

Different types of signals are filtered by three filters: selected for weighing, designed with a rectangular and designed with a beautiful window in MATLAB.

## **РЕФЕРАТ**

**Структура та обсяг магістерської роботи.** Атестаційна робота складається з вступу, чотирьох розділів, висновків, переліку джерел посилання. Загальний обсяг складає 80 сторінок, з яких основний зміст викладено на сторінках друкованого тексту, магістерська робота має в собі 29 рисунків. Перелік джерел посилання нараховує 13 найменування.

**Ключові слова:** КИХ-фільтр,

**Об'єкт дослідження :** Бокові пелюстки спектра вікон.

**Мета і задачі дослідження :**

- Методика проектування КИХ-фільтра за допомогою вікон;
- Критерії точності фільтрації сигналів КИХ-фільтрів;
- Фільтрація різних видів сигналів трьома фільтрами;
- Порівняльний аналіз впливу вікна в частотній та часовій областях.

**Методи дослідження.** Спектральний аналіз, пропуск сигналів через фільтри.

## ЗМІСТ:

1. ВСТУП
2. РЕФЕРАТ
3. СПИСОК СКОРОЧЕНЬ
4. МЕТОДИКА ПРОЕКТУВАННЯ КИХ-ФІЛЬТРА ЗА ДОПОМОГОЮ ВІКОН
  - 4.1. Поняття про еквівалентності дискретні і безперервні систем
  - 4.2. МНОЖЕННЯ ІМПУЛЬСНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ПРЯМОКУТНІ ВІКНА
  - 4.3. ЕФЕКТ ГІББСА
5. ВИДИ ВІКОН ТА ЇХ ХАРАКТЕРИСТИКИ (ВІКОННІ ФУНКЦІЇ)
  - 5.1. Bartlett / Вікно Бартлетта
  - 5.2. Bartlett-Hanning / Вікно Бартлетта-Хеннінга
  - 5.3. Blackman / Вікно Блекмана
  - 5.4. Blackman-Harris / Вікно Блекмана-Харріса
  - 5.5. Bohman / Вікно Бохмана
  - 5.6. Chebyshev / Вікно Чебишева
  - 5.7. Flat Top / Вікно з плоскою смугою пропускання
  - 5.8. Gaussian / Вікно Гауса
  - 5.9. Hamming / вікно Хеммінга
  - 5.10. Hann / вікно Ханна
  - 5.11. Kaiser / вікно Кайзера
  - 5.12. Nuttall
  - 5.13. Parzen / вікно Парзена
  - 5.14. Rectangular / Прямокутне вікно
  - 5.15. Triangular / Трикутне вікно
  - 5.16. Tukey / вікно Тьюки
6. Перемноження характеристики ідеального фільтра на характеристику вікна
7. КРИТЕРІЇ ТОЧНОСТІ ФІЛЬТРАЦІЇ СИГНАЛУ КИХ-ФІЛЬТРОМ
  - 7.1. РОЗПОВСЮДЖЕНІ КРИТЕРІЇ ТОЧНОСТІ
  - 7.2. СПЕЦИФІЧНА ОЦІНКА ВІКОН
    - 7.2.1. Equivalent noise bandwidth / Еквівалентна шумова смуга
    - 7.2.2. Processing Gain / Посилення перетворення

7.2.3. Overlap Correlation / Кореляція перекриваються ділянок

7.2.4. Scalloping Loss / Паразитна амплітудна модуляція спектру

7.2.5. Worst Case Processing Lost / Максимальні втрати перетворення

7.2.6. Ще раз про просочування спектральних складових

7.2.7. Minimum Resolution Bandwidth / МініРисьна дозволена смуга частот

7.2.8. Деякі підсумки і класифікація

7.2.9. Вплив бічних пелюсток

8. Фільтрація різних видів сигналів трьома фільтрами: вибрати для зважування, спроектованих за допомогою прямокутного і спроектований за допомогою доброго вікна у matlab. спектральні характеристики. висновки.

8.1. ВИБІР ФІЛЬТРА ДЛЯ ЗВАЖУВАННЯ

Міркування щодо вибору фільтра для подальшого зважування

Вибір фільтра для подальшого зважування

8.2. ЗВАЖУВАННЯ ФІЛЬТРА

8.3. ВИБІР СИГНАЛА І ПРОПУСКАННЯ ЙОГО ЧЕРЕЗ ФІЛЬТРИ.

8.3.1. Фільтрація синусоїдального сигналу

8.3.2. Фільтрація експоненціального сигналу

8.3.3. Фільтрація функції Хевісайда

8.3.4. фільтрація з використанням інших вікон

8.3.5. Висновки для непараметричних вікон (тимчасова область)

8.3.6. Вікна, вплив яких в тимчасовій області не описується знаком абсолютного рівня першого бічного пелюстка

8.3.7. Висновки для параметричних вікон (тимчасова область)

9. СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ

Вплив вікна в частотній і тимчасовій області: порівняння

Розрахунок спектра потужності в MATLAB

Розрахунок спектрів потужності відфільтрованих за допомогою різних вікон сигналів вікна від гіршого до кращого по спектральних характеристиках, висновки  
ВИСНОВКИ

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

## 1. Методика проектування КИХ-фільтра за допомогою вікон

### 1.1. *Поняття про еквівалентність дискретної і безперервної систем*

Нехай є безперервна система з функцією передачі  $\Phi(j\omega)$  і імпульсною  $h(t)$  характеристикою. Вони пов'язані перетворенням Фур'є. Нехай є дискретна система з функцією передачі  $W(j\omega)$  і імпульсною  $h^*[n]$  характеристикою.

Дискретна система вважається еквівалентною системі безперервної, якщо в відліку дотримується рівність сигналів на виході систем при однакових вхідних даних. Вхідні дані:

$$u(t) = \begin{cases} u^*[n] & \text{при } t = n * c \\ 0 & \text{при } t \neq n * c \end{cases} \quad (1.1)$$

Для еквівалентності двох систем необхідно і достатньо, щоб імпульсна характеристики безперервної системи дорівнювала імпульсній характеристики дискретної системи в конкретні відліки часу:

$$h^*[n] = h(t) \text{ при } t = n * c \quad (1.2)$$

## 2.1. Множення імпульсної характеристики на прямокутне вікно

Проектування цифрових фільтрів за допомогою вікон ґрунтується на понятті про еквівалентної імпульсної характеристики.

Для КИХ-фільтра можна організувати передачу сигналу без спотворення шляхом створення лінійної фазової характеристики. Фазова характеристики КИХ-фільтра з симетричними коефіцієнтами є лінійною функцією частоти.

Коефіцієнти фільтра повинні вибиратися так, щоб імпульсна характеристики фільтра була бажаною, і щоб самі коефіцієнти були симетричні: в першу чергу, вони розраховуються з вимог специфікації, потім симетрично тривають в негативну область і, нарешті, зсуваються в позитивну для отримання реалізованого фільтра, інакше було б необхідно обробляти сигнал, який ще не вступив на вхід цифрового фільтра.

Однак для фізичних систем імпульсна характеристики необмежена у часі, що не дозволяє так просто вирішити задачу проектування фільтра. Щоб не проектувати фізично не реалізований фільтр, з обох сторін «обрізають» число відліків імпульсної характеристики фільтра. Це еквівалентно множенню імпульсної характеристики фільтра на вікно, найпростіше з яких – прямокутне

$$o[n]$$

$$h_{\phi}[n]=h[n]*o[n](1.3)$$

$h_{\phi}[n]$ - фактична імпульсна характеристики, за допомогою якої можна проектувати фізично реалізований фільтр.

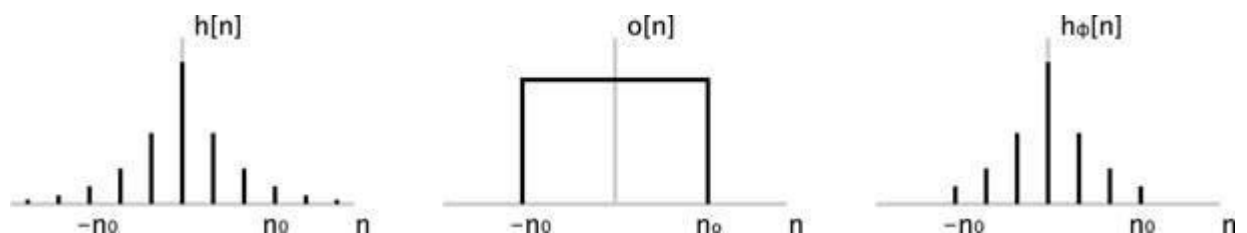


Рис. 1.1. Множення імпульсних характеристик дискретного фільтра і вікна.

Частотна характеристики синтезованого фільтра є згортка частотної характеристики ідеального фільтра з частотної характеристикою вікна.

Спектр твори дорівнює згортку спектрів множників:

$$H_{\phi}(j\omega) = H(j\omega_1)O(j[\omega - \omega_1])d\omega_1 (1.4)$$

Для оцінки впливу прямокутного вікна знаходять частотну передавальну функцію вікна:

$$O(j\omega) = \int_{-n_0\varphi}^{n_0\varphi} 1 * e^{-j\omega t} dt = - * \frac{e^{-j\omega t n_0\varphi}}{j\omega - n_0\varphi} = \frac{e^{jn_0\omega} - e^{-jn_0\omega}}{j\omega} = 2n_0\varphi \frac{\sin(n_0\omega\varphi)}{n_0\omega\varphi} \quad (1.5)$$

У пакеті MATLAB прямокутне вікно моделюється функцією  $w = \text{rectwin}(L)$

Де  $L$ - ширина прямокутного вікна є також порядком фільтра,

$w$ - вектор-стовпець значень вікна (обчислюються значення ординати через дві тимчасових одиниці  $L$ ).

У цього методу є свої суттєві недоліки:

- Передавальна функція прямокутного вікна має бічні пелюстки, рівень яких досягає 20%. Точний характер спотворення визначається при завданні конкретної ваговій функції і обчисленні згортки (1.5). Очевидно, що спектр результату буде розмиватися.
- Спектр вікна нескінченний, але при спробі сильно його обмежити виникає ефект Гіббса - хвилястість і різкі сплески. Зазвичай подібні проблеми легко усуваються збільшенням числа гармонік, що описують функцію, але на даний ефект цей метод майже не діє, хоча коливання стають більш високочастотними, а викиди більш короткими. Для зменшення ефекту Гіббса використовують вікна з плавно спадають до нуля краями. Для їх опису потрібна менша кількість гармонік, а вплив бічних пелюсток стає менш помітним.

### 3.1. Ефект Гіббса

Явищем Гіббса називається особливість поведінки часткових сум ряду Фур'є в околиці точки розриву функції, вперше виявлена Уїлбрейамом в 1848 р і пізніше перевідкриття Гіббсом в 1898 р

Знайомство з явищем Гіббса краще розглядати з найпростішої розривної функції:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } 0 < x < \pi; \\ 0, & \text{якщо } x = 0 \text{ или } x = \pi; \\ -1, & \text{якщо } -\pi < x < 0. \end{cases} \quad (1.6)$$

Відомо, що для всіх  $|x| \leq \pi$  справедливо рівність:

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1} \quad (1.7)$$

Можна показати, що графік функції:

$$S_{2n-1}(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1} \quad (1.8)$$

на проміжку  $[0, \pi]$  коливається навколо значення  $y = 1$ , причому амплітуда горбів зменшується в міру віддалення від кінців проміжку, а глобального максимуму функція  $S_{2n-1}$  досягає в точках  $x = \frac{\pi}{2n}$   $x = \pi - \frac{\pi}{2n}$ .

З урахуванням сказаного, для амплітуди  $A(S_{\epsilon \rightarrow \infty})$  функції  $S_{2n-1}$  на проміжку  $[-\pi, \pi]$  будемо мати:

$$A(S_{\epsilon \rightarrow \infty}) = \max_{\xi \in [-\pi, \pi]} S_{\epsilon \rightarrow \infty}(\xi) = S_{\epsilon \rightarrow \infty}\left(\frac{\pi}{\epsilon}\right) = \frac{\epsilon}{\pi} \sum_{\mathbb{N}=\infty}^{\setminus} \frac{\sin\left(\frac{(\mathbb{N}-\infty)\pi}{\epsilon}\right)}{\left(\frac{(\mathbb{N}-\infty)\pi}{\epsilon}\right)} \cdot \frac{\pi}{\setminus} \quad (1.9)$$

В останньому виразі легко дізнатися суму Рімана інтеграла:

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{x} dx \quad (1.10)$$

відповідну розбиття інтервалу  $[0, \pi]$  на  $n$  рівних частин.

$$Si(x) = \int_0^{\pi} \frac{\sin t}{t} dt \quad (1.11)$$

Входить в значення амплітуди  $n \rightarrow \infty$  при. За таблицями знаходимо  $\text{Si}(\pi) \approx 1,85194 \dots$

Амплітуда частотної суми  $S_{2n-1}$  ряду Фур'є функції  $f$  приблизно на 18% перевищує амплітуду самої функції  $f$ .

Більш тонкий аналіз показує, що ефект Гіббса має місце (причому з тієї ж самої постійної 18%) для будь-якої кусочно - гладкою функції  $f$ .

#### **4. Види вікон та їх характеристики (віконні функції)**

##### ***Bartlett/Вікно Бартлетта***

$$w = \text{bartlett}(L)$$

Повертає вектор-стовпець відліків вікна Bartlett в залежності від параметра L. Параметр L- число відліків вікна. L повинен бути цілим, великим нуля.

Відліки вікна розраховуються по формулі:

$$\omega(n) = \begin{cases} \frac{2n}{N}, 0 \leq n \leq \frac{N}{2} \\ 2 - \frac{2n}{N}, \frac{N}{2} \leq n \leq N \end{cases}$$

При цьому  $L=N+1$

*Особливості:*

Вікно Bartlett дуже схоже на трикутне вікно. На кінцях вікно завжди має нулі, чого немає у трикутного вікна. Центральні  $L-2$  відліку вікна Bartlett еквівалентні трикутним  $L-2$  відлікам (Рис 1.14, window # 2).

##### ***Bartlett-Hanning/Вікно Бартлетта-Хеннінга***

$$w = \text{barthannwin}(L)$$

*Особливості:*

Графік подібний графіком вікна Bartlett. Як і для вікон Bartlett, Hann і Hanning, частотна характеристики має асимптотично спадають бічні пелюстки (Рис 1.15). Це лінійна комбінація зважених вікон Бартлетта і Ханна з бічними пелюстками, менше, ніж у вікон Бартлетта і Ханна разом узятих. Ширина головної пелюстки (mainlobe) не збільшилася, порівняно з вікнами Бартлетта і Ханна.

Відліки:

$$\omega(n) = 0.62 - 0.48 \left| \left( \frac{n}{N} - 0.5 \right) \right| + 0.38 \cos \left( 2\pi \left( \frac{n}{N} - 0.5 \right) \right)$$

Де  $0 \leq n \leq N$ , при цьому  $L=N+1$ .

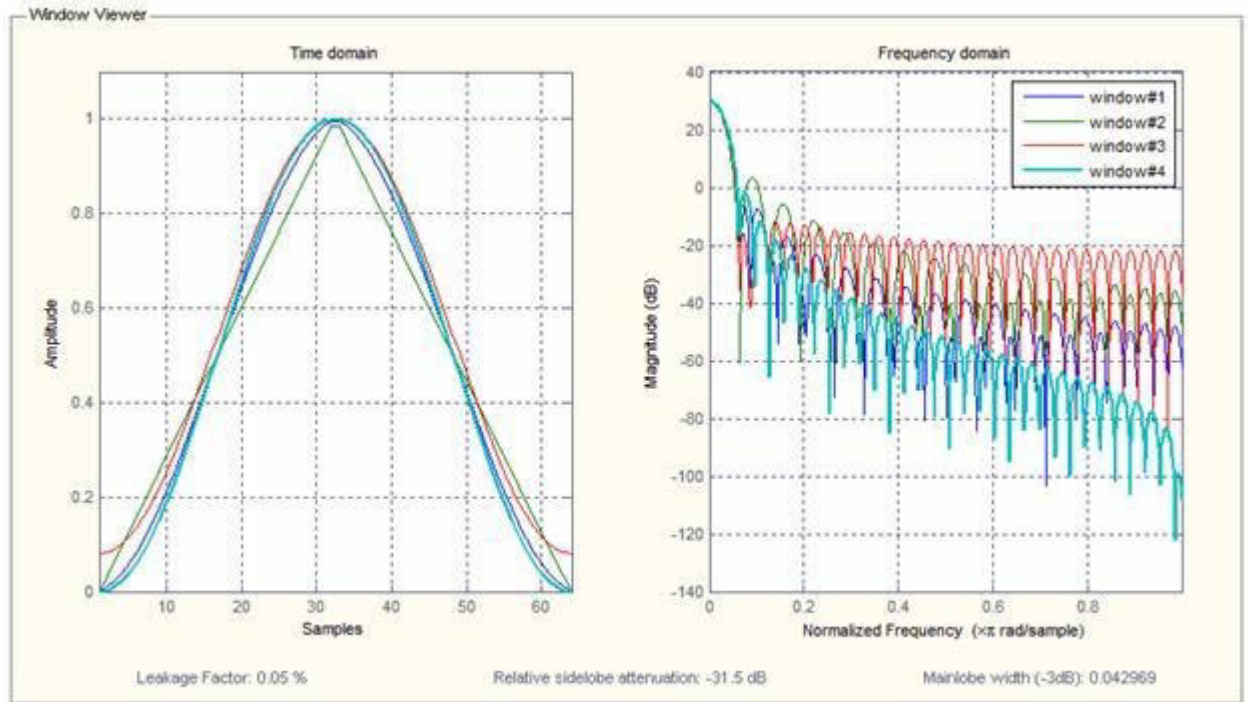


Рис. 1.15 – #1 - Bartlett-Hanning, #2 - Bartlett, #3 – Hamming, #4 – Hann.

### **Blackman/Вікно Блэкмана**

$$w = \text{blackman}(L)$$

Відліки:

$$\omega(n) = 0.42 - 0.5 \cos \left( 2\pi \frac{n}{N} \right) + 0.08 \cos \left( 4\pi \frac{n}{N} \right), \quad 0 \leq n \leq N$$

$$L=N+1$$

### **Blackman-Harris/Вікно Блэкмана-ХарРиса**

$$w = \text{blackmanharris}(L)$$

Особливості:

Вікно оптимізовано за площею бічних пелюсток. У формулі обчислення коефіцієнтів - 4 доданки.

*Відліки:*

$$\omega(n) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right) + a_2 \cos\left(\frac{2\pi}{N}2n\right) - a_3 \cos\left(\frac{2\pi}{N}3n\right)$$
$$-\frac{N}{2} \leq n \leq \frac{N}{2}, \quad L = N + 1$$

***Bohman/Вікно Бохмана***

$w = \text{bohmanwin}(L)$

*Відліки:*

$$\omega(x) = (1 - |x|) \cos(\pi|x|) + \frac{1}{\pi} \sin(\pi|x|) \quad -1 \leq x \leq 1$$

$x$  - вектор  $L$ , але лінійно розділений (необхідно використовувати `linspace`).

Термін «лінійно розділений» означає, що різниця попереднього і поточного елементів вектора дорівнює різниці поточного і наступного елементів.

особливості:

Перший і останній відлік роблять рівними нулю. Вікно Bohman утворилося від трикутного вікна і пів періода функції косинуса, також були додані обнулення в першій і останній точках вікна.

***Chebyshev/Вікно Чебышева***

$w = \text{chebwin}(L, r)$

$r$  - параметр, який показує, на скільки дБ головний пелюстка вище бічних пелюсток. За замовчуванням цей параметр дорівнює 100 дБ.

особливості:

Присутність імпульсів в кінцевих точках відліку тимчасової характеристики. Це викликано постійним рівнем бічних пелюсток в частотній характеристиці. Якщо величина бічних пелюсток велика, ефект в крайніх точках тимчасової характеристики може бути суттєвим.

Розглянемо виконання команди:

```
>> wvtool (chebwin (64,20), chebwin (64,40), chebwin (64,100), chebwin (64,200))
```

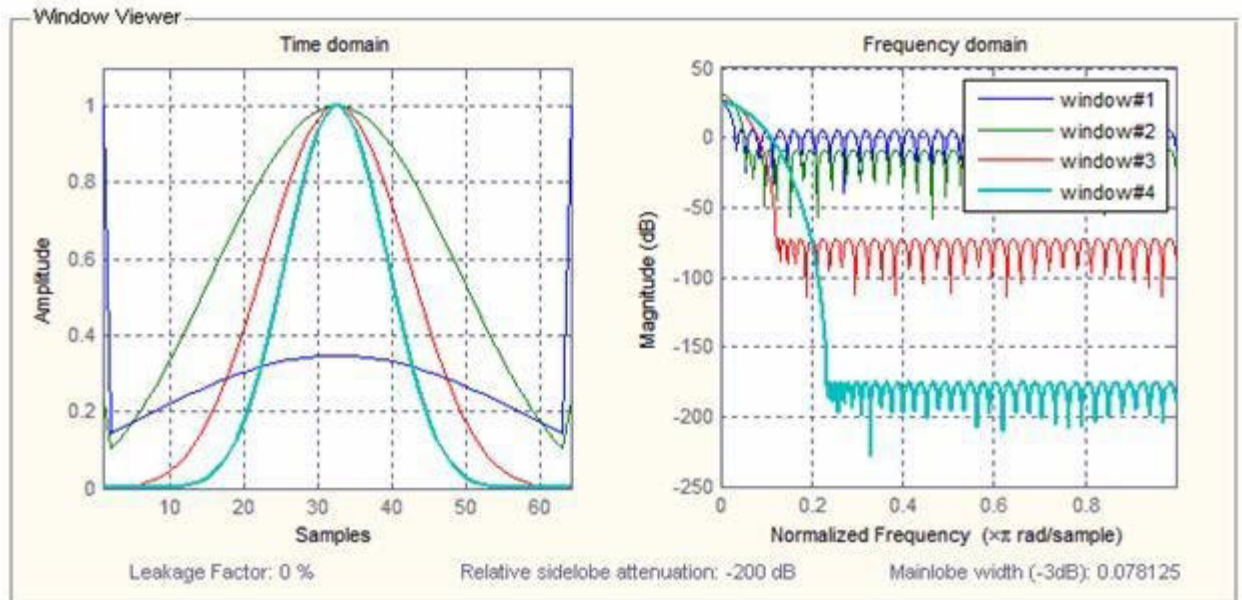


Рис. 1.16 – Функція chebwin. # 1 -  $r = 20$ , # 2 -  $r = 40$ , # 3 -  $r = 100$ , # 4 -  $r = 200$ .

Рівень бічних пелюсток еквівалентний затримці в смузі придушення. Виходячи з графіка 1.16, чим нижче рівень бічних пелюсток, тим ширше смуга пропускання, тим більше полого і не ідеально спадає частотна характеристики фільтра.

Збільшення ширини головної пелюстки АЧХ вікна, при тій же тривалості імпульсної характеристики призводить до «розмазування» АЧХ фільтра - крутизна АЧХ в області частоти зрізу зменшується (розширюється перехідна смуга). Щоб зберегти крутизну АЧХ, необхідно збільшувати тривалість імпульсної характеристики фільтра.

### ***Flat Top / Вікно з плоскою смугою пропускання***

$$w = \text{flattopwin}(L)$$

*Особливості:*

Вікно Flat Top має дуже маленькі пульсації в смузі пропускання (менше 0.01 дБ). Використовується для калібрування. Смуга пропускання приблизно в 2.5 рази ширше, ніж у вікна Ханна.

відліки:

$$\omega(n) = a_0 \cdot a_1 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + a_2 \cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right) - a_3 \cos\left(\frac{6\pi n}{N}\right) + a_4 \cos\left(\frac{8\pi n}{N}\right)$$

$0 \leq n \leq N, \omega(n) = 0$  всюди крім  $n$ .

$L=N+1$

$a_0= 0.21557895 \quad a_1= 0.41663158 \quad a_2= 0.277263158 \quad a_3= 0.083578947 \quad a_4= 0.006947368$ .

**Gaussian/Вікно Гаусса**

$w=\text{gausswin}(N)$

$w= \text{gausswin}(N, \text{Alpha})$

$N$  - число відліків.  $N=L$ .

Коефіцієнти:

$$\omega(n) = e^{-\frac{1}{2}\left(\alpha \frac{n}{N/2}\right)^2}, -\frac{N}{2} \leq n \leq \frac{N}{2}$$

Особливості:

Ширина вікна обернено пропорційна параметру альфа (рис 1.17). Більший параметр альфа створює більш вузьке вікно. За замовчуванням альфа приймається рівним 2.5.

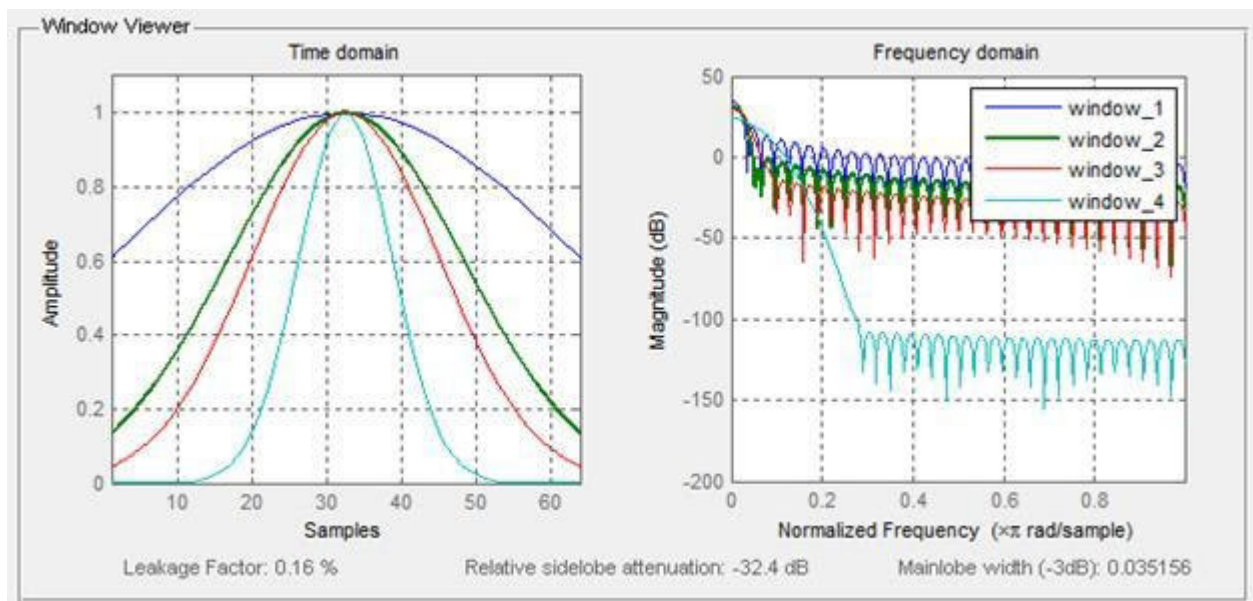


Рис 1.17 – Вікно Gaussian. #1 –  $\alpha=1$ , #2 –  $\alpha=2$ , #3 –  $\alpha=2.5$ , #4 –  $\alpha=5$ .

**Hamming/Вікно Хемминга**

Графіки відображені на Рис 1.15

$w = \text{hamming}(L)$

Відліки:

$$\omega(n) = 0.54 - 0.46 \cos\left(2\pi \frac{n}{N}\right), \quad 0 \leq n \leq N$$

$$L=N+1.$$

### *Hann/Вікно Ханна*

Графіки відображені на Рис 1.15

$$w = \text{hann}(L)$$

Відліки:

$$\omega(n) = 0.5 \left( 1 - \cos \left( 2\pi \frac{n}{N} \right) \right), \quad 0 \leq n \leq N$$

$$L=N+1$$

### *Kaiser/Вікна Кайзера*

$$w = \text{kaiser}(L, \beta)$$

Параметр бета вказує рівень ослаблення бічних пелюсток.

Для створення вікна Кайзера з ослабленням пелюстків в дБ, потрібно використовувати такі значення  $\beta$ :

$$\beta = \begin{cases} 0.1102(\alpha - 8.7), & \alpha > 50 \\ 0.5842(\alpha - 21)^{0.4} + 0.07886(\alpha - 21), & 50 \geq \alpha \geq 21 \\ 0, & \alpha < 21 \end{cases}$$

>> `wvtool(kaiser(200,0),kaiser(200,3.39532),kaiser(200,10.06126))` %Рис. 1.18

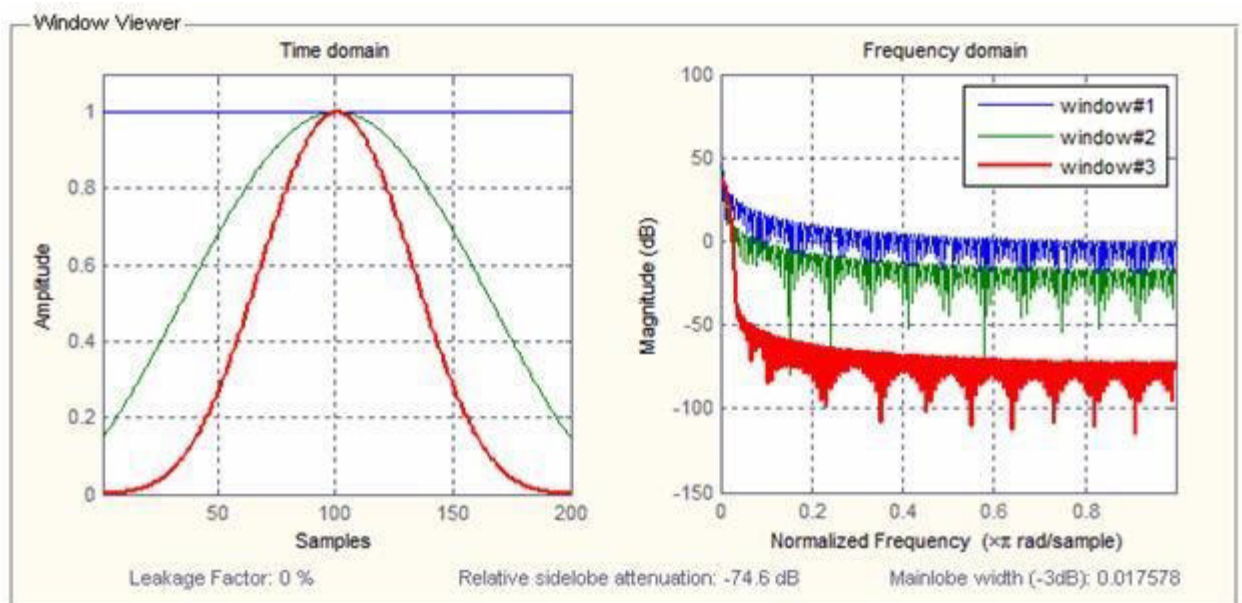


Рис. 1.18 – Вікно Kaiser. #1 –  $\alpha < 21$ ,  $\beta = 0$ ; #2 –  $\alpha = 40$ ,  $\beta = 3.39532$ ; #3 –  $\alpha = 100$ ,  $\beta = 10.06126$ .

Як і для інших вікон, при зміні бічних пелюсток в бажану сторону (на графіку - нижче, по фізичному змісту - менше пропускання в смузі придушення), розширюється смуга пропускання і стає більш пологим перехід від смуги пропускання до смузі придушення. Більш докладно графік частот можна розглянути на Рис 1.19.

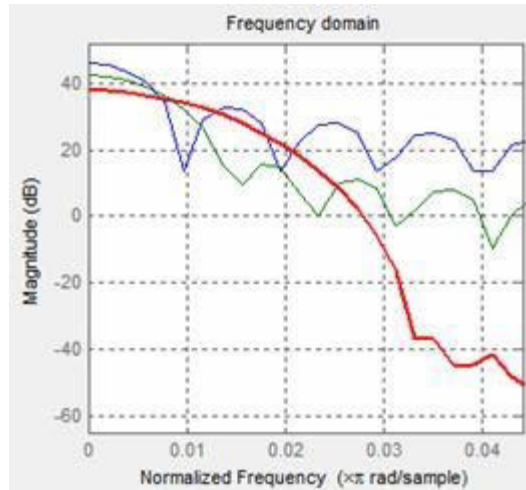


Рис. 1.19 – Частотна характеристики вікна Kaiser в залежності від коефіцієнтів.

### ***Nuttall***

$w = \text{nuttallwin}(L)$

Бічні пелюстки оптимізовані по потужності. Вікно з'явилося на основі вікна Блекмана-Харріса.

$>> L = 64;$

$w = \text{blackmanharris}(L);$

$y = \text{nuttallwin}(L);$

$\text{wvtool}(w,y) \% \text{Рис. 1.20}$

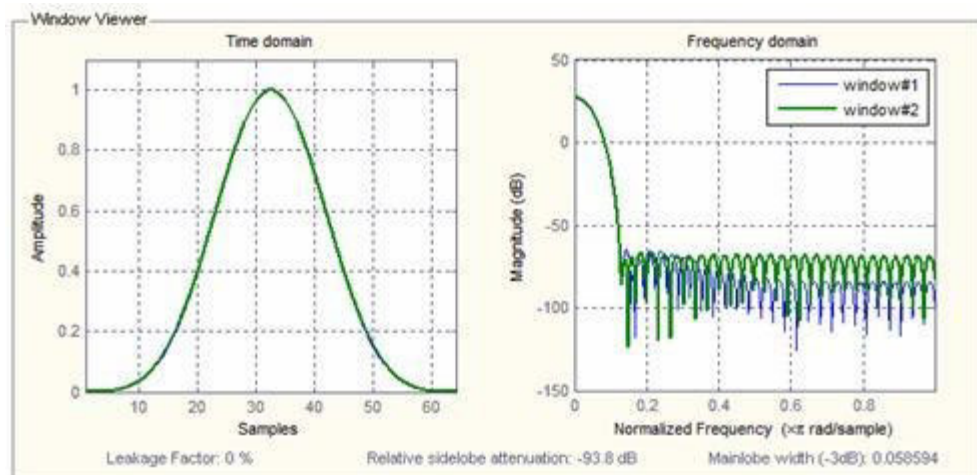


Рис. 1.20 – Вікна Nuttall (#2) и Blackman-Harris(#1).

Вікно Nuttall має бічні пелюстки на одному рівні.

Відліки:

$$\omega(n) = \alpha_0 - \alpha_1 \cos\left(2\pi \frac{n}{N}\right) + \alpha_2 \cos\left(4\pi \frac{n}{N}\right) - \alpha_3 \cos\left(6\pi \frac{n}{N}\right)$$

$$0 \leq n \leq N, L=N+1$$

$$a_0 = 0.3635819, a_1 = 0.4891775, a_2 = 0.1365995, a_3 = 0.0106411$$

**Parzen/Вікно Парзена**

$$w = \text{parzenwin}(L)$$

Вікна Parzen - кусково кубічні апроксимації вікна Gaussian. Бічні пелюстки вікна Parzen зменшуються як  $1/w^4$ .

Відліки:

$$\text{На інтервалі: } -\frac{(N-1)}{2} \leq n \leq \frac{(N-1)}{2}$$

$$\omega(n) = \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{|n|}{N/2}\right)^2 + 6\left(\frac{|n|}{N/2}\right)^3 & 0 \leq |n| \leq (N-1)/4 \\ 2\left(\frac{|n|}{N/2}\right)^3 & (N-1)/4 < |n| \leq (N-1)/2 \end{cases}$$

>> `wvtool(parzenwin(64),gausswin(64))` % Рис. 1.21.

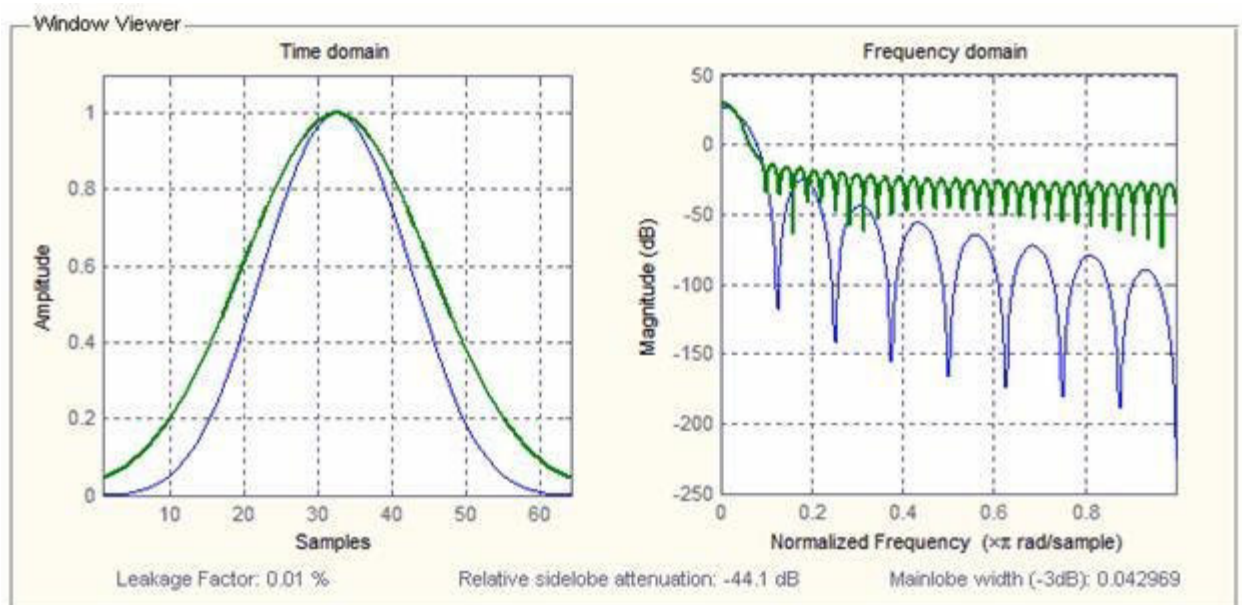


Рис. 1.21 – Вікна Parzen (синій, обидва графіка знизу) і Gaussian (зелений).

**Rectangular/Прямокутневікно**

$$w = \text{rectwin}(L)$$

Відліки розраховуються за допомогою функції:

$$w = \text{ones}(L,1);$$

$Y = \text{ones}(m,n)$  – формує масив одиниць  $Y$  розмірності  $m$  на  $n$ .

***Triangular/Трикутне вікно***

$$\text{triang}(L)$$

Вікно і його частотна характеристика зображені на рис 1.14, window #1.

*Відліки:*

Для не парних:

$$w(n) = \begin{cases} \frac{2n}{L+1} & 1 \leq n \leq \frac{L+1}{2} \\ \frac{2(L-n+1)}{L+1} & \frac{L+1}{2} \leq n \leq L \end{cases}$$

Для парних:

$$w(n) = \begin{cases} \frac{2n}{L} & 1 \leq n \leq \frac{L}{2} \\ \frac{2(L-n+1)}{L} & \frac{L}{2} + 1 \leq n \leq L \end{cases}$$

***Tukey/Вікно Тьюки***

$$w = \text{tukeywin}(L,r)$$

*Особливості:*

Вікно Тьюки з обох сторін є функцію косинуса.

Коефіцієнт  $r$  дорівнює відношенню постійної складової вікна до складової

Функції косинуса.  $r$  НЕ може бути менше нуля або більше одиниці.

*Відліки:*

$$\omega(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\alpha} [x - \alpha/2]\right) \right\} & 0 \leq x \leq \frac{\alpha}{2} \\ 1 & \frac{\alpha}{2} \leq x \leq 1 - \frac{\alpha}{2} \\ \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\alpha} [x - 1 + \alpha/2]\right) \right\} & 1 - \frac{\alpha}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Причому  $\alpha = r$ . Якщо вказати  $\alpha \leq$

0, створюється прямокутне вікно, якщо вказати  $\alpha \geq$

1, створюється вікно Ханна.

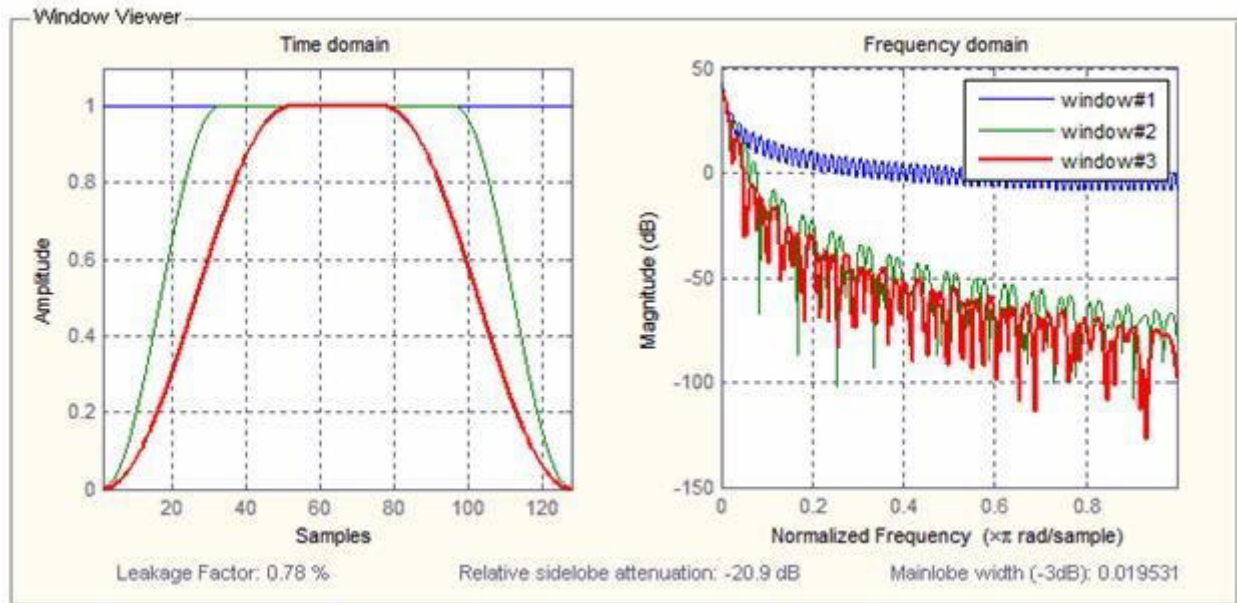


Рис. 1.22 – Вікно Tukey при різних параметрах  $r$ . # 1:  $r = 0$ , # 2:  $r = 0.5$ , # 3:  $r = 0.8$ .

Провівши огляд різних видів вікон та їх характеристики (віконні функції) було з'ясовано:

1. Чим нижче рівень бічних пелюсток, тим ширше смуга пропускання і тим більше перехідна характеристика відрізняється від ідеальної. Відомо, що збільшення ширини головної пелюстки вікна при тій же тривалості імпульсної характеристики призводить до «розмивання» АЧХ (Frequency domain, частотної характеристики) фільтра - крутизна АЧХ в області частоти зрізу зменшується (розширюється перехідна смуга). Щоб зберегти крутизну АЧХ, необхідно збільшувати тривалість імпульсної характеристики.
2. Можна виділити групи вікон з деякими схожими властивостями:
  - a. Nuttall і Blackman-Harris: однакові смуги пропускання, різні смуги придушення. У Nuttall смуга придушення відразу після головної пелюстки нижче, ніж в інших точках частотної характеристики, а у вікна Blackman-Harris навпаки: після головної пелюстки бічні пелюстки вище, ніж в інших точках частотної характеристики. (Рис 1.20.)
  - b. Вікна Kaiser, Gaussian, Chebyshev при різних параметрах. Залежно від своїх параметрів, смуга переходу різна, але в межах одного

вікна поведінку пелюсток в залежності від частоти є однаковим. Так, у вікнах Chebyshev (Рис 1.16) і Gaussian (Рис 1.17) рівень пелюсток однаковий, а у вікні Kaiser (Рис 1.18) спостерігається невелике падіння пелюсток і їх асимптотичне прагнення.

- c. У вікон Bartlett-Hanning, Bartlett, Hamming, Hann (Рис 1.15) однакова смуга пропускання, але сильно розрізняються бічні пелюстки.
- d. У вікон Bartlett і Triangular (Рис 1.14) відмінності на перших пелюстках Рисі (відмінність в 10 дБ - тільки на сьомому бічному пелюстці), але поступово зростають.

## **5. Критерії точності фільтрації сигналу КИХ-фільтром**

### ***5.1. Розповсюджені критерії точності***

Існує безліч критеріїв точності фільтрації:

- Розрядність сигнальної пам'яті.
- Розрядність арифметичних дій.
- Розрядність АЦП.
- Стійкість при певному сигналі.
- Дисперсія, максимальна різниця і інші математичні методи.

При моделюванні розрядність завжди однакова і КИХ-фільтр є завжди стійким, тому перші чотири критерії не підходять для оцінки вікна при моделюванні.

## 5.2. Специфічна оцінка вікон

У гармонійному аналізі вікна використовуються для зменшення небажаних ефектів просочування спектральних складових. Вікна впливають на багато показників гармонійного процесора, в тому числі на виявлені, дозвіл, динамічний діапазон, ступінь достовірності і легкість реалізованості обчислювальних операцій. Щоб мати можливість порівнювати характеристики вікон, необхідно знати, які з них параметрів є основними.

### 5.2.1. *Equivalent noise bandwidth / Еквівалентна шумова смуга*

Зрис 2.1 видно, що оцінка амплітуди гармонійної компоненти на заданій частоті виявляється зміщеною через наявність широко смугового шуму, що потрапляє в смугу пропускання вікна. До енергії корисного сигналу додається енергія шуму, ослабленого вікном. (Шумом є все, що не є потрібною гармонією, в тому числі «пелюстки» від цієї гармоніки.) У цьому сенсі вікно поводить себе як фільтр, потужність сигналу на виході якого пропорційна потужності гармонік вхідного сигналу в смузі його пропускання. Для виявлення гармонійного сигналу необхідно мінімізувати накопичений шум. Цього можна досягти за допомогою вузькосмугового вікна. Ідеальне вікно в частотній області є дельта-функцію, однак це вікно не реалізовується. Зручною мірою ширини смуги пропускання вікна є його еквівалентна шумова смуга (ЕШС, ENBW в англійській літературі). ЕШС вікна - це ширина смуги пропускання прямокутного вікна з тим же максимальним посиленням по потужності, який накопичує ту ж потужність шуму, що і дане вікно (рис 2.2). Іншими словами, еквівалентна шумова смуга - це число, більше одиниці і показує, якою має бути ширина смуги пропускання прямокутного вікна, якщо воно буде накопичувати ту ж потужність шуму, що і дане вікно, причому це прямокутне вікно в тимчасовій області має бути такою ж висоти в частотній області, як і максимальна висота оцінюваного вікна.

Накопичена вікном потужність шуму (Noise Power) визначається виразом:

$$\text{Noise Power} = N_0 \int_{-\pi/T}^{+\pi/T} |W(\omega)|^2 d\omega / 2\pi \quad (2.1)$$

$N_0$ - потужність шуму на одиницю смуги пропускання.

Згідно з теоремою Парсеваля, цю величину можна виразити таким чином:

$$\text{Noise Power} = \frac{N_0}{T} \sum_n w^2(nT) \quad (2.2)$$

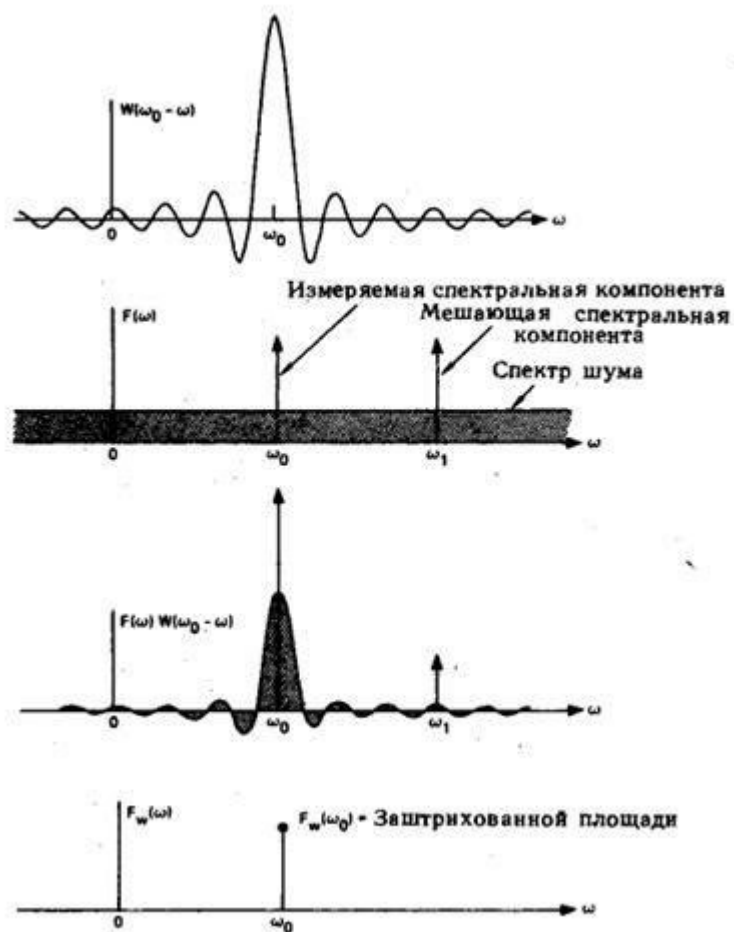


Рис. 2.1– Ілюстрація згортки. Вікно представлено у вигляді спектрального фільтра.



Рис. 2.2– Еквівалентна шумова смуга вікна.

Максимальне посилення по сигналу (Peak Signal Gain) і по потужності (Peak Power Gain) відповідає частоті  $\omega = 0$ , воно називається посиленням по сигналу / по потужності на нульовій частоті і визначається виразами:

$$\text{Peak Signal Gain} \doteq W(0) = \sum_n w(nT)$$

$$\text{Peak Signal Gain} = W^2(0) = [\sum_n w(nT)]^2 \quad (2.3)$$

ЕШС (ENBW в англійській літературі) вікна, нормована на величину  $N_0 / T$  - потужність шуму на одиничний часовий інтервал, може бути записана у вигляді:

$$\text{ENBW} = \frac{\sum_n w^2(nT)}{[\sum_n w(nT)]^2} \quad (2.4)$$

Таким чином, еквівалентна шумова смуга вікна прямо пропорційна (з коефіцієнтом пропорційності через нормування  $N_0 / T$ ) потужності шуму, яку накопичила вікно, і обернено пропорційна максимальному посиленню вікна по потужності.

### 5.2.2. Processing Gain / Посилення перетворення

З ЕШС вікна тісно пов'язані поняття посилення перетворення (ПП, PG, Processing Gain в англійській літературі) і втрат перетворення (ВП, PL, Processing Lost в англійській літературі) при обчисленні ДПФ за допомогою вікон. ДПФ можна розглядати як результат пропускання сигналу через набір погоджених фільтрів, кожен з яких налаштований на одну з гармонік комплексної синусоїдальної послідовності базисного безлічі, що складається з функцій косинуса і синуса. З цієї точки зору ми і будемо аналізувати посилення перетворення (зване також когерентним посиленням) фільтра і втрати перетворення, викликані тим, що вікно згладжує, т. е. зводить до нуля, величини відліків, розташованих поблизу його кордонів. Нехай вхідна послідовність відліків задана виразом:

$$f(nT) = A \exp(+j\omega_k nT) + q(nT) \quad (2.5)$$

$q(nT)$  – послідовність відліків білого шуму з дисперсією.

Складова сигналу в спектрі, обчисленому за допомогою вікна, буде дорівнює:

$$F(\omega_k) |_{signal} = \sum_n w(nT) A \exp(+j\omega_k nT) \exp(-j\omega_k nT) \\ = A \sum_n w(nT) \quad (2.6)$$

З (2.6) видно, що за відсутності шуму спектральна складова пропорційна вхідній амплітуді А. Таке ж буде і математичне очікування цієї складової при наявності шуму. Коефіцієнт пропорційності дорівнює сумі всіх відліків дискретного вікна, а ця сума є не що інше, як посилення вікна для постійного сигналу. Для прямокутного вікна цей коефіцієнт дорівнює N - числу відліків у вікні. Посилення будь-якого іншого вікна менше, так як вагова функція поблизу кордонів вікна плавно спадає до нуля. Пов'язане з цим зменшення коефіцієнта пропорційності корисно знати, так як воно характеризує помилку (зміщення) оцінок амплітуд спектральних складових. У літературі замість посилення перетворення іноді використовується інший параметр - когерентне посилення по потужності, т. е. квадрат когерентного посилення сигналу.

Некогерентного складова зваженого, т. е. виконаного за допомогою вікна перетворення, обчислюється за формулою:

$$F(\omega_K) |_{noise} = \sum_n w(nT) Q(nT) \exp(-j\omega_k nT) \quad (2.7)$$

Некогерентного потужність визначається виразом:

$$E\{|F(\omega_K) |_{noise}|^2\} = \sum_n \sum_m w(nT) w(mT) E\{q(nT) q^*(mT)\} \\ \cdot \exp(-j\omega_k nT) \exp(+j\omega_k mT) \\ = \sigma_q^2 \sum_n w^2(nT) \quad (2.8)$$

$E\{\}$  – оператор математичного очікування.

Зауважимо, що некогерентного посилення по потужності дорівнює сумі квадратів відліків вагової функції, а когерентне - квадрату суми цих відліків.

І нарешті, обчислимо посилення перетворення (ПП, PG в англійській літературі), яке визначається як частка від ділення відносин сигнал / шум на виході і на вході:

$$PG = \frac{S_o|N_o}{S_i|N_i} = \frac{A^2 [\sum_n w(nT)]^2 / \sigma_q^2 \sum_n w^2(nT)}{A^2 / \sigma_q^2} \cdot \frac{[\sum_n w^2(nT)]}{\sum_n w^2(nT)} (2.9)$$

Зауважимо, що посилення перетворення - це величина, зворотна нормованої ЕШС вікна. Таким чином, збільшення ЕШС вікна веде до зменшення ПП. Це цілком зрозуміло, тому що, чим ширше смуга пропускання, тим більше потужність шуму, що пройшов через вікно і вносить вклад в спектральну оцінку.

### 5.2.3. *Overlap Correlation / Кореляція перекриваються ділянок*

Коли швидко перетворення Фур'є (ШПФ) використовується для обробки довгої послідовності, цю послідовність попередньо ділять на кілька послідовностей по N відліків кожна, при цьому N вибирається так, щоб забезпечити необхідне спектральний дозвіл. Спектральний дозвіл БПФ визначається Формулою 2.10, де  $\Delta f$  - спектральний дозвіл,  $f_s$  - частота дискретизації, вибрана згідно критерію Найквіста, і  $\beta$  - коефіцієнт, що характеризує збільшення ширини смуги для вибраного вікна. Відзначимо, що  $f_s / N$  - це найкраще дозвіл, досягне при ШПФ. Коефіцієнт  $\beta$  зазвичай вибирається рівним ЕШС вікна в бінах (бін - одиничний часовий інтервал).

$$\Delta f = \beta \left( \frac{f_s}{N} \right) (2.10)$$

Якщо вікно і ШПФ «впливають» на неперекриваючі ділянки послідовності (рис 2.3), то значна частина даних просто ігнорується, оскільки поблизу кордонів вікна значення його відліків близькі до нуля. Так, наприклад, якщо перетворення використовується для виявлення коротких вузькосмугових сигналів, то при аналізі неперекриваючих ділянок поява сигналу може виявитися просто непоміченим. Для цього достатньо, щоб сигнал з'явився поблизу кордону будь-якого з інтервалів. Щоб уникнути таких втрат даних, перетворенню зазвичай піддають перекриваються ділянки послідовності. Ступінь перекриття в більшості

випадків вибирається рівною 50 або 75%. Розбиття сигналу на перекриваються ділянки, звичайно, збільшує загальний обсяг обчислень, однак досягаються з його допомогою результати цілком це виправдовують.



Рис. 2.3 – Перекриття послідовностей.

Важливе питання, що виникає при обробці перекриваються послідовностей, стосується ступеня кореляції випадкових компонент сигналу в перетвореннях двох сусідніх ділянок послідовності. При відносно плоскому спектрі шуму в межах смуги пропускання вікна ця кореляція, як функція ступеня перекриття  $r$ , визначається формулою:

$$c(r) = \frac{\{\sum_{n=0}^{rN-1} (W(n)W(n+[1-r]))\}}{\{\sum_{n=0}^{N-1} W^2(n)\}} \quad (2.11)$$

В спектральному аналізі для зменшення дисперсії вимірювань часто усереднюють квадрати амплітуд перетворень окремих ділянок послідовності. Як відомо, при усередненні  $K$  незалежних вимірювань ергодичної випадкової величини дисперсія середнього пов'язана з дисперсією індивідуальних вимірювань наступним співвідношенням:

$$\frac{\sigma_{\text{Avg}}^2}{\sigma_{\text{Mes}}^2} = \frac{1}{K} \quad (2.12)$$

Визначимо наскільки зменшиться дисперсія при усередненні корельованих вимірювань, як це має місце при усередненні перетворень Фур'є перекриваються ділянок? Відповідь на це дав Уелш. Результат без доказів для випадку 50% і 75% перекриття:

$$\frac{\sigma_{Avg}^2}{\sigma_{Mes}^2} = \frac{1}{K} [1 + 2C^2(0.5)] - \frac{2}{K^2} [C^2(0.5)],$$

**50 percent overlap**

$$= \frac{1}{K} [1 + 2C^2(0.75) + 2C^2(0.5) + 2C^2(0.25)] - \frac{2}{K^2} [C^2(0.75) + 2C^2(0.5) + 3C^2(0.25)]$$

**75 percent overlap(2.13)**

Негативні члени в (2.13) описують крайові ефекти усереднення; їх можна не враховувати при  $K > 10$ . Для хороших вікон член  $C^2(0.25) \ll 1$ , і його також можна опустити з пренебрежимо малою помилкою. Зауважимо, що для хороших вікон перетворення перекриваються на 50% ділянок сигналу практично незалежні.

#### ***5.2.4. Scalloping Loss / Паразитна амплітудна модуляція спектру***

Важливим фактором, що впливає на видимість слабких сигналів, є паразитна амплітудна модуляція спектру (scalloping loss), або ефект «частоколу» (picket-fence effect). Раніше ми розглядали виконується за допомогою вікна ДПФ як результат пропускання сигналу через набір погоджених фільтрів і аналізували обумовлені специфічними властивостями вікна посилення і втрати для тонів, співпадаючих з базисними векторами. Базисні вектори - це тони, кратні частоті  $f_s / N$ , де  $f_s$ - частота відліків. Ці частоти не що інше, як точки відліків спектру, їх зазвичай називають вихідними точками, частотами гармонік або бінами ДПФ. Визначимо які будуть додаткові втрати при обробці сигналу, частота якого лежить посередині між частотами сусідніх бінов (т. Е. Сигналу з частотою  $(k + 1 / 2) f_s / N$ )?

Звернувшись до формули 2.6 і замінивши в ній  $\omega_k + 1 / 2$  отримаємо, що посилення вікна для частоти, зрушеною на 0.5 біна, так само:

$$F(\omega_{(1/2)})|_{signal} = A \sum_n w(nT) \exp(-j\omega_{(1/2)}nT),$$

$$\text{were } \omega_{(1/2)} = \frac{1}{2} \frac{\omega_s}{N} = \frac{\pi}{NT} \quad (2.14)$$

За визначенням, втрати через паразитного амплітудної модуляції (АМ, Scallop Loss, Scalloping Loss, SL в англійській літературі) спектра рівні відношенню когерентного посилення тону, розташованого посередині між двома бінами (бін - одиничний часовий інтервал) ДПФ, до когерентного посилення тону, збігається з одним з бінів ДПФ, тобто:

$$\text{Scalloping Loss} = \frac{|\sum_n w(nT) \exp(-j\frac{\pi}{N}n)|}{\sum_n w(nT)} = \frac{|w(\frac{1}{2} \frac{\omega_s}{N})|}{w(0)} \quad (2.15)$$

Втрати через паразитного амплітудної модуляції рівні максимальним втрат при найсприятливішій для ДПФ частоті сигналу.

#### 5.2.5. Worst Case Processing Lost / Максимальні втрати перетворення

Визначимо максимальні втрати перетворення (ВП) як суму максимальних втрат через паразитного амплітудної модуляції спектру для даного вікна (в дБ) і втрат перетворення, обумовлених формою цього вікна. Введений параметр характеризує зменшення вихідного співвідношення сигнал / шум в результаті впливу вікна при найгіршому розташуванні частоти сигналу. Його величина, звичайно, впливає на мінімальну інтенсивність тону, при якій він ще може бути виявлений в широкосмуговому шумі. Цікаво зауважити, що рівень максимальних втрат завжди лежить між 3,0 і 4,3 дБ. Вікна, для яких максимальні ВП перевищують 3,8 дБ, абсолютно незадовільні, і їх не слід застосовувати. З зіставлення даних про втрати, які у Таблиці 1 і на рис 2.6, видно, що майже всі вікна (за винятком прямокутного) однаково придатні для виявлення чистих тонів в широкосмуговому шумі. Різниця у втратах у різних вікон не перевищує 1,0 дБ, а для хороших вікон - 0,7 дБ. Однак виявлення тону в присутності інших близьких

тонів є абсолютно інше завдання. Саме тут тип застосовуваного вікна може мати вирішальне значення.

Повертаючись до згортки і рис 2.1, зауважимо, що на точність вимірювання амплітуди спектральної складової впливає не тільки спектр широкосмугового шуму, але і вузькосмугові завади, якщо вони потрапляють в смугу пропускання вікна. Дійсно, деяка спектральна компонента, скажімо, з частотою  $\omega = \omega_0$ будет робити внесок в спектральну компоненту з частотою  $\omega = \omega_a$ , т.е. буде спостерігатися на цій частоті. Цей внесок буде визначатися посиленням вікна з центром в  $\omega_0$ на частоті  $\omega_a$ . Це і є ефект, званий просочуванням спектральних складових. Він показаний на рис 2.4 для перетворення кінцевого тону частотою  $\omega_0$ .

Просочування призводить до зміщення оцінок амплітуд і положень гармонійних складових сигналу. Навіть для єдиною речової гармоніки (яка не співпадає з частотою гармоніки ДПФ) просочування від ядра на осі негативних частот впливає на ядро на осі позитивних частот. Це вплив найбільш сильно і неприємно при виявленні слабких сигналів в присутності сильних перешкод близької частоти. Для зменшення неприємних наслідків через спектрального просочування амплітуда бічних пелюсток вдалині від головного центрального пелюстки частотної характеристики вікна повинна бути малою, а перехід від центрального пелюстки до низькоамплітудні бічним пелюсткам - дуже швидким. Одним з параметрів, що вказують, наскільки добре вікно пригнічує просочування, є максимальний рівень бічних пелюсток (по відношенню до головного пелюстка), інший параметр - це асимптотична швидкість спаду бічних пелюсток.

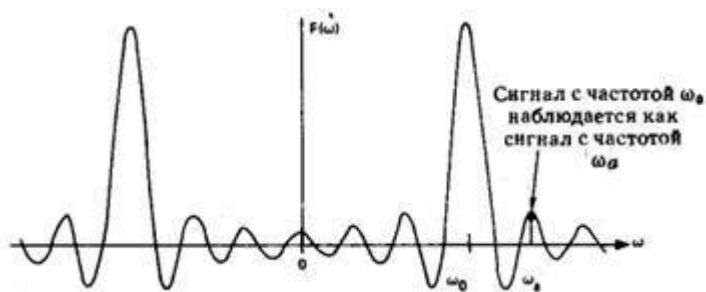


Рис 2.4 – Просочування спектральних складових.

### 5.2.6. Minimum Resolution Bandwidth / Мінімальна дозволена смуга частот

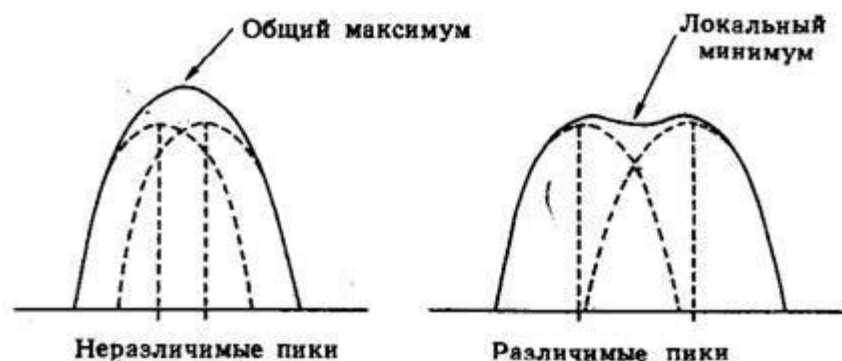


Рис. 2.5 – Спектральний дозвіл двох близько розташованих ядер.

Рис. 2.5 підказує ще один критерій, який повинен використовуватися при виборі оптимальних вікон. Оскільки вікно надає спектральній лінії деяку ефективну ширину, цікаво знати, при якому мінімальному відстані між двома спектральними лініями рівної інтенсивності головні пелюстки цих ліній ще можуть бути дозволені незалежно від положення ліній щодо бінов ДПФ. Класичний критерій такого дозволу - ширина вікна між точками, в яких потужність головної пелюстки спадає наполовину (ширина вікна по рівню 3,0 дБ). Цей критерій відображає той факт, що два головних пелюстки рівної інтенсивності, віддалені один від одного по частоті менше ніж на ширину вікна по рівню 3,0 дБ, матимуть один загальний спектральний пік і не будуть вирішуватися як дві окремі лінії. Однак труднощі використання цього критерію в тому, що він несумісний з когерентним підсумовуванням, застосовуваним в ДПФ. Вихідні точки ДПФ виходять шляхом когерентного складання спектральних компонент, зважених вікном з центром на даній частоті.

Якщо в когерентне підсумовування вносять вклад два ядра, їх сума в точці перетину (номінально посередині між ними) повинна бути менше, ніж індивідуальні піки, якщо ці піки повинні бути дозволені. Таким чином, в точках перетину ядер посилення від кожного ядра не повинно перевищувати 0,5, т. Е. Відстань між піками повинна перевищувати ширину вікна по рівню 6,0 дБ. Ширина різних вікон за рівнем 6,0 дБ вказана в Таблиці 1. З таблиці видно, що ця ширина змінюється від 1,2 до 2,6 бін, де бін - роздільна здатність основної частоти  $\omega_s / N$ . Що стосується ширини вікна по рівню 3,0 дБ, то, як буде показано

в наступному абзаці, вона також є корисною характеристикою вікна. Слід, однак, пам'ятати, що дозвіл ДПФ визначається шириною використовуваного вікна по рівню 6,0 дБ.

З Таблиці 1 видно, що шумова смуга (ЕШС, ENBW) вікна завжди ширше його смуги за рівнем 3,0 дБ (3.0-dB BW). Різниця цих двох параметрів, віднесена до ширини вікна по рівню 3,0 дБ, є досить чутливим показником якості роботи вікна. Для всіх хороших вікон, перерахованих в Таблиці 1, цей показник лежить в межах 4,0-5,5%. Вікна, для яких він лежить поза цього діапазону, мають або широкій головний пелюстка, або високій рівень бічних пелюстків. Для таких вікон характерні або високі втрати перетворення, або мала ефективність виявлення двох близьких тонів. Вікна, для яких цей показник лежить в межах 4,0-5,5%, потрапляють в лівий нижній кут діаграми на рис 2.6, що характеризує якість їх роботи.

В Таблиці 1 перераховані загальноприйняті параметри, що характеризують типи вікон. Однак орієнтуватися в цій масі цифр непросто. Зауважимо, що самим важливим з табличних параметрів, ймовірно, є рівень бічних пелюсток (чим він нижчий, тим менше зміщення спектральних оцінок). Інший найважливіший параметр - максимальні втрати перетворення (чим вони нижче, тим вище видимі слабкі сигнали). рис 2.6 показує відносне положення різних вікон як функцію цих двох параметрів. Точки, що відповідають кращим вікнам, лежать в лівому нижньому кутку діаграми. Такі вікна мають низький рівень бічних пелюсток і низькі максимальні втрати перетворення.

Таблиця 1 – Види вікон для гармонічного аналізу

HARRIS: USE OF WINDOWS FOR HARMONIC ANALYSIS

TABLE 1  
WINDOWS AND FIGURES OF MERIT

| WINDOW                                | HIGHEST<br>SIDE-<br>LOBE<br>LEVEL<br>(dB) | SIDE-<br>LOBE<br>FALL-<br>OFF<br>(dB/OCT) | COHERENT<br>GAIN | EQUIV<br>NOISE<br>BW<br>(BINS) | 3.0-dB<br>BW<br>(BINS) | SCALLOP<br>LOSS<br>(dB) | WORST<br>CASE<br>PROCESS<br>LOSS<br>(dB) | 6.0-dB<br>BW<br>(BINS) | OVERLAP<br>CORRELATION<br>(PCNT) |        |
|---------------------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------|------------------|--------------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------------------------|------------------------|----------------------------------|--------|
|                                       |                                           |                                           |                  |                                |                        |                         |                                          |                        | 75% OL                           | 50% OL |
| RECTANGLE                             | -13                                       | -6                                        | 1.00             | 1.00                           | 0.89                   | 3.92                    | 3.92                                     | 1.21                   | 75.0                             | 50.0   |
| TRIANGLE                              | -27                                       | -12                                       | 0.50             | 1.33                           | 1.28                   | 1.82                    | 3.07                                     | 1.78                   | 71.9                             | 25.0   |
| COS <sup>a</sup> (X)                  | -23                                       | -12                                       | 0.64             | 1.23                           | 1.20                   | 2.10                    | 3.01                                     | 1.65                   | 75.5                             | 31.8   |
| HANNING                               | -32                                       | -18                                       | 0.50             | 1.50                           | 1.44                   | 1.42                    | 3.18                                     | 2.00                   | 65.9                             | 16.7   |
|                                       | -39                                       | -24                                       | 0.42             | 1.73                           | 1.66                   | 1.08                    | 3.47                                     | 2.32                   | 56.7                             | 8.5    |
|                                       | -47                                       | -30                                       | 0.38             | 1.94                           | 1.86                   | 0.86                    | 3.75                                     | 2.59                   | 48.6                             | 4.3    |
| HAMMING                               | -43                                       | -6                                        | 0.54             | 1.36                           | 1.30                   | 1.78                    | 3.10                                     | 1.81                   | 70.7                             | 23.5   |
| RIESZ                                 | -21                                       | -12                                       | 0.67             | 1.20                           | 1.16                   | 2.22                    | 3.01                                     | 1.59                   | 76.5                             | 34.4   |
| RIEMANN                               | -26                                       | -12                                       | 0.59             | 1.30                           | 1.26                   | 1.89                    | 3.03                                     | 1.74                   | 73.4                             | 27.4   |
| DE LA VALLE-<br>POUSSIN               | -53                                       | -24                                       | 0.38             | 1.92                           | 1.82                   | 0.90                    | 3.72                                     | 2.55                   | 49.3                             | 5.0    |
| TUKEY                                 | -14                                       | -18                                       | 0.88             | 1.10                           | 1.01                   | 2.96                    | 3.39                                     | 1.38                   | 74.1                             | 44.4   |
|                                       | -15                                       | -18                                       | 0.75             | 1.22                           | 1.15                   | 2.24                    | 3.11                                     | 1.57                   | 72.7                             | 36.4   |
|                                       | -19                                       | -18                                       | 0.63             | 1.36                           | 1.31                   | 1.73                    | 3.07                                     | 1.80                   | 70.5                             | 25.1   |
| BOHMAN                                | -46                                       | -24                                       | 0.41             | 1.79                           | 1.71                   | 1.02                    | 3.54                                     | 2.38                   | 54.5                             | 7.4    |
| POISSON                               | -19                                       | -6                                        | 0.44             | 1.30                           | 1.21                   | 2.09                    | 3.23                                     | 1.69                   | 69.9                             | 27.8   |
|                                       | -24                                       | -6                                        | 0.32             | 1.65                           | 1.45                   | 1.46                    | 3.64                                     | 2.08                   | 54.8                             | 15.1   |
|                                       | -31                                       | -6                                        | 0.25             | 2.08                           | 1.75                   | 1.03                    | 4.21                                     | 2.58                   | 40.4                             | 7.4    |
| HANNING-<br>POISSON                   | -35                                       | -18                                       | 0.43             | 1.61                           | 1.54                   | 1.26                    | 3.33                                     | 2.14                   | 61.3                             | 12.6   |
|                                       | -39                                       | -18                                       | 0.38             | 1.73                           | 1.64                   | 1.11                    | 3.50                                     | 2.30                   | 56.0                             | 9.2    |
|                                       | NONE                                      | -18                                       | 0.29             | 2.02                           | 1.87                   | 0.87                    | 3.94                                     | 2.65                   | 44.6                             | 4.7    |
| CAUCHY                                | -31                                       | -6                                        | 0.42             | 1.48                           | 1.34                   | 1.71                    | 3.40                                     | 1.90                   | 61.6                             | 20.2   |
|                                       | -35                                       | -6                                        | 0.33             | 1.76                           | 1.50                   | 1.36                    | 3.83                                     | 2.20                   | 48.8                             | 13.2   |
|                                       | -30                                       | -6                                        | 0.28             | 2.06                           | 1.68                   | 1.13                    | 4.28                                     | 2.53                   | 38.3                             | 9.0    |
| GAUSSIAN                              | -42                                       | -6                                        | 0.51             | 1.39                           | 1.33                   | 1.69                    | 3.14                                     | 1.86                   | 67.7                             | 20.0   |
|                                       | -55                                       | -6                                        | 0.43             | 1.64                           | 1.55                   | 1.25                    | 3.40                                     | 2.18                   | 57.5                             | 10.6   |
|                                       | -69                                       | -6                                        | 0.37             | 1.90                           | 1.79                   | 0.94                    | 3.73                                     | 2.52                   | 47.2                             | 4.9    |
| DOLPH-<br>CHEBYSHEV                   | -50                                       | 0                                         | 0.53             | 1.39                           | 1.33                   | 1.70                    | 3.12                                     | 1.85                   | 69.6                             | 22.3   |
|                                       | -60                                       | 0                                         | 0.48             | 1.51                           | 1.44                   | 1.44                    | 3.23                                     | 2.01                   | 64.7                             | 16.3   |
|                                       | -70                                       | 0                                         | 0.45             | 1.62                           | 1.55                   | 1.25                    | 3.35                                     | 2.17                   | 60.2                             | 11.9   |
|                                       | -80                                       | 0                                         | 0.42             | 1.73                           | 1.65                   | 1.10                    | 3.48                                     | 2.31                   | 55.9                             | 8.7    |
| KAISER-<br>BESSEL                     | -46                                       | -6                                        | 0.49             | 1.50                           | 1.43                   | 1.46                    | 3.20                                     | 1.99                   | 65.7                             | 16.9   |
|                                       | -57                                       | -6                                        | 0.44             | 1.65                           | 1.57                   | 1.20                    | 3.38                                     | 2.20                   | 59.5                             | 11.2   |
|                                       | -69                                       | -6                                        | 0.40             | 1.80                           | 1.71                   | 1.02                    | 3.56                                     | 2.39                   | 53.9                             | 7.4    |
|                                       | -82                                       | -6                                        | 0.37             | 1.93                           | 1.83                   | 0.89                    | 3.74                                     | 2.57                   | 48.8                             | 4.8    |
| BARCLON-<br>TEMES                     | -53                                       | -6                                        | 0.47             | 1.56                           | 1.49                   | 1.34                    | 3.27                                     | 2.07                   | 63.0                             | 14.2   |
|                                       | -58                                       | -6                                        | 0.43             | 1.67                           | 1.59                   | 1.18                    | 3.40                                     | 2.23                   | 58.6                             | 10.4   |
|                                       | -68                                       | -6                                        | 0.41             | 1.77                           | 1.69                   | 1.05                    | 3.52                                     | 2.36                   | 54.4                             | 7.6    |
| EXACT BLACKMAN                        | -51                                       | -6                                        | 0.46             | 1.57                           | 1.52                   | 1.33                    | 3.29                                     | 2.13                   | 62.7                             | 14.0   |
| BLACKMAN                              | -58                                       | -18                                       | 0.42             | 1.73                           | 1.68                   | 1.10                    | 3.47                                     | 2.35                   | 56.7                             | 9.0    |
| MINIMUM 3-SAMPLE<br>BLACKMAN-HARRIS   | -67                                       | -6                                        | 0.42             | 1.71                           | 1.66                   | 1.13                    | 3.45                                     | 1.81                   | 57.2                             | 9.6    |
| * MINIMUM 4-SAMPLE<br>BLACKMAN-HARRIS | -92                                       | -6                                        | 0.36             | 2.00                           | 1.90                   | 0.83                    | 3.85                                     | 2.72                   | 46.0                             | 3.8    |
| * 61 dB 3-SAMPLE<br>BLACKMAN-HARRIS   | -61                                       | -6                                        | 0.45             | 1.61                           | 1.56                   | 1.27                    | 3.34                                     | 2.19                   | 61.0                             | 12.6   |
| 74 dB 4-SAMPLE<br>BLACKMAN-HARRIS     | -74                                       | -6                                        | 0.40             | 1.79                           | 1.74                   | 1.03                    | 3.56                                     | 2.44                   | 53.9                             | 7.4    |
| 4-SAMPLE<br>KAISER-BESSEL             | -69                                       | -6                                        | 0.40             | 1.80                           | 1.74                   | 1.02                    | 3.56                                     | 2.44                   | 53.9                             | 7.4    |

\*REFERENCE POINTS FOR DATA ON FIGURE 12 – NO FIGURES TO MATCH THESE WINDOWS.

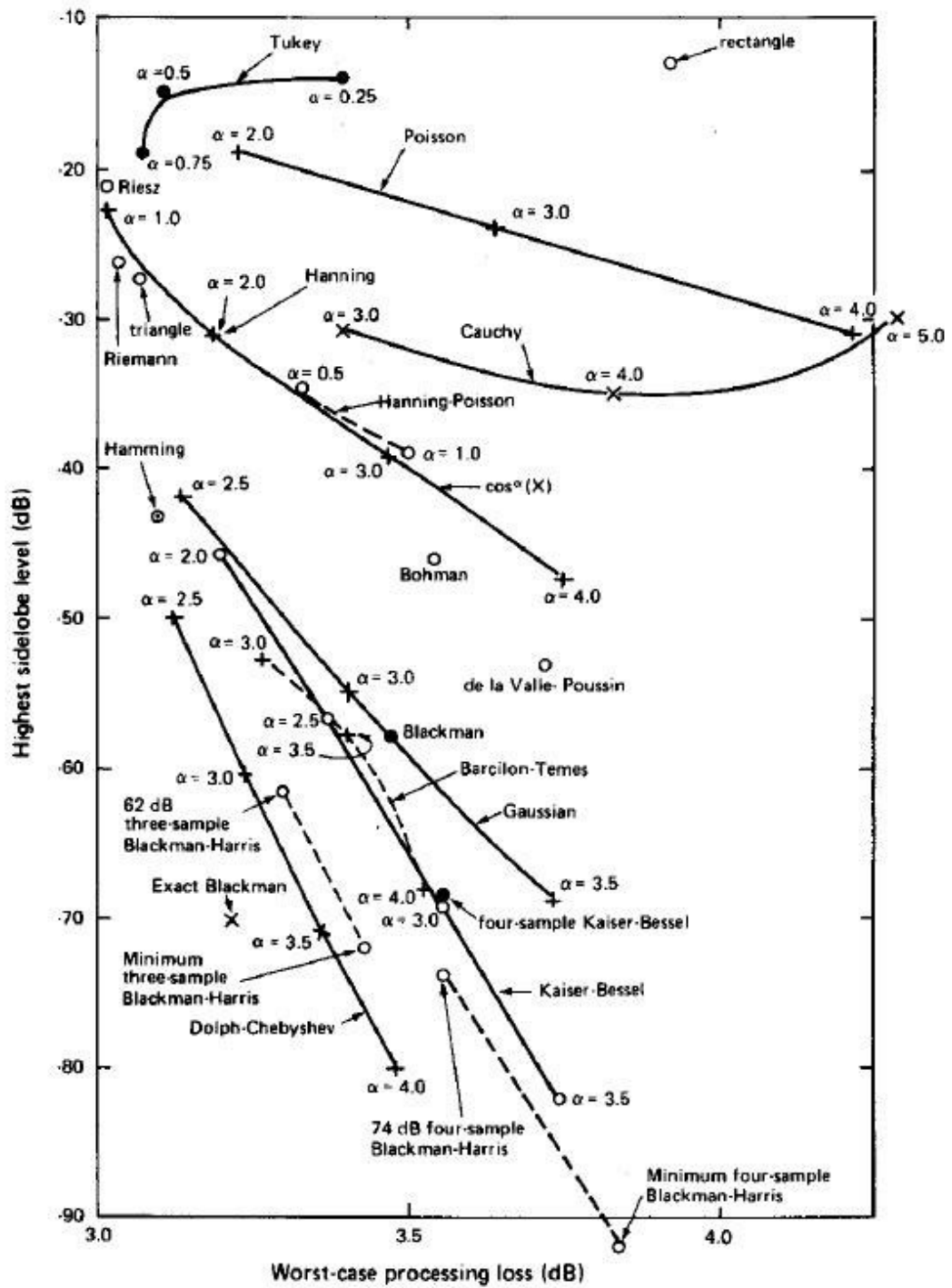


Рис 2.6 – Класифікація вікон за максимальними втратами і найбільшому боковому пелюстці. Кращі вікна лежать в лівій нижній частині.

З вищерозглянутого матеріалу можна зробити наступні висновки:

- Еквівалентна шумова смуга (ЕШС, ENBW) залежить від потужності шуму і посилення вікна, які, в свою чергу, обчислюються за допомогою використання часової області та операцій з її відліками.
- Посилення перетворення (ПП, PG), частка від відносини сигнал / шум на виході і на в ході, залежить, також як і ЕШС, від величин відліків на часовій області.
- Кореляція перекриваються ділянок - давно усталена теорія перекриття вікон, далі розглядати її ми не будемо.
- Паразитна амплітудна модуляція спектру (Scallop Loss), тобто додаткові втрати при обробці сигналу, що лежить по частоті між частотами відліків ДПФ, також залежить від величин відліків на тимчасовій області.
- Максимальні втрати перетворення (Worst Case Process Lost) залежать від виду вікна в тимчасовій області.
- Просочування спектральних складових залежить від пелюсток спектра: максимального і рівня спаду.
- Мінімальна дозволена смуга частот є характеристикою, що не залежить від бічних пелюсток, вона залежить від виду вікна і далі розглядатися не буде.

Часова область і частотна область пов'язані перетворенням Фур'є і залежать один від одного, тому різниця ЕШС і смуги за рівнем в 3 дБ, віднесена до ширини вікна по рівню в 3 дБ (важлива характеристики) якісно може оцінюватися за рівнем головної пелюстки і рівню бічних пелюсток. Як зазначалося, це ставлення впливає на спостереження двох близьких тонів і на втрати перетворення.

Отже, бічні пелюстки (рівень головної пелюстки, швидкість спаду) впливають на:

- Просочування спектральних складових
- Виявленню двох близьких тонів
- Втрати перетворення

Крім того, Харріс зазначає, що «низький рівень бічних пелюсток відповідає кращим вікнам».

Визначимо цей вплив використовуючи віртуальне моделювання на базі програми MATLAB.

## **6. Експериментальне дослідження фільтрації різних видів сигналів**

### **6.1. Вибір фільтра для зважування**

Імпульсна характеристики цифрового фільтра - це результат виходу фільтра, якщо на вхід подана функція:

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (6.1)$$

В MATLAB цю функцію можна описати так:

```
imp = [1; zeros (49,1)]; % Вектор, в якому одна одиниця і% 49 нулів,  
починаючи з другої позиції, причому% кількість нулів тут дуже важливо:%  
довжина вектора збігається% з довжиною обчислюється імпульсної  
характеристики Тоді імпульсна характеристики фільтра: h = filter (b, a, imp); %  
В, а - коефіцієнти чисельника і знаменника% функція filter фільтрує сигнал imp%  
через фільтр з коефіцієнтами b і a% якщо використовується КИХ-фільтр, то a = 1
```

Проектування за допомогою вікон (windowing в англійському) - метод, який використовується при створенні фільтра з кінцевою імпульсною характеристикою. Крім використання вагової функції, а вікно - це і є вагова функція, можна використовувати ще 4 методу проектування КИХ-фільтра з пакета MATLAB. Деякі з них засновані на понятті про помилки і їх мінімізації, а деякі навіть можуть синтезувати фільтр з нелінійної фазової характеристикою (функція `sfirpm`)! Проектування КИХ фільтра за допомогою вагової функції в пакеті MATLAB найчастіше здійснюється за допомогою ідеального фільтра з кінцевою імпульсною характеристикою (функція `sinc`) і самого вікна (як було раніше сказано, їх імпульсні характеристики перемножуються) .Можливо і можна

для цих цілей брати будь-не ідеальний КИХ-фільтр, але в цьому немає сенсу, оскільки цей фільтр теж спроектований будь-яким іншим способом.

Проектувати КИХ-фільтр за допомогою зважування БИХ-фільтра складніше, якщо таке, взагалі кажучи, можливо. Причина криється в імпульсній характеристиці БИХ-фільтра (рис 6.1). Імпульсна характеристики КИХ-фільтра симетрична, як і відліки часової області будь-якого з вікон, збігається з набором коефіцієнтів чисельника передавальної функції  $b$  і показує ваги для елементів вхідного часового ряду (рис 6.2). Імпульсна характеристики БИХ-фільтра несиметрична, а передавальна функція має коефіцієнти як в чисельнику, так і в знаменнику (рис 6.1).

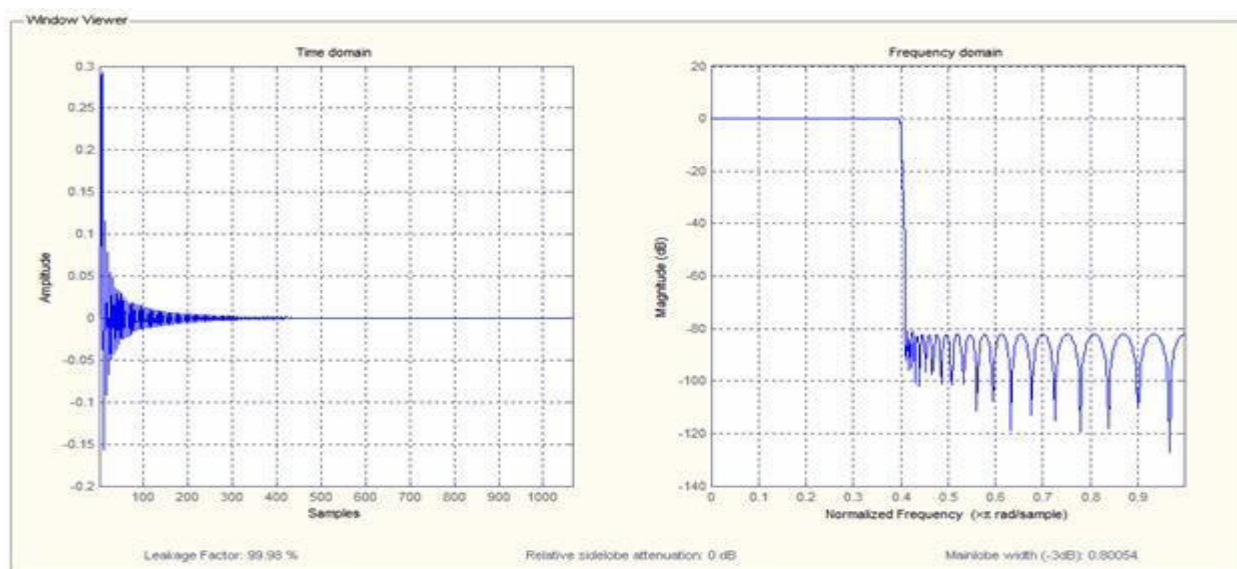


Рис. 6.1– Імпульсна характеристики БИХ-фільтра (зліва).

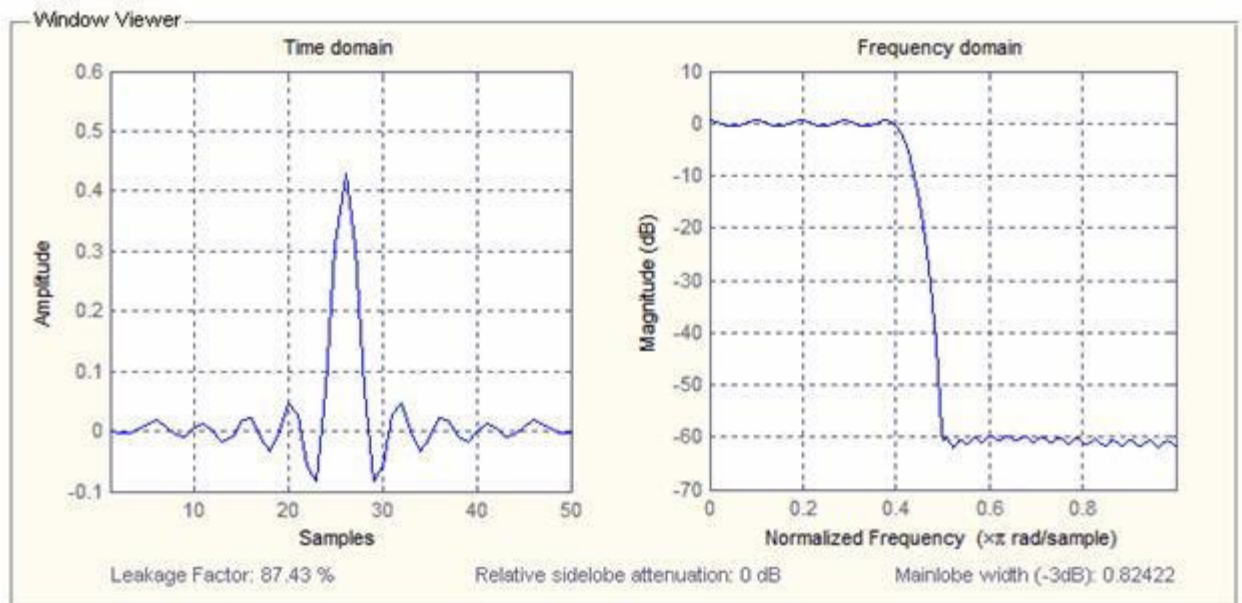


Рис. 6.2 – Імпульсна характеристики КИХ-фільтра (зліва).

Якщо перемножити імпульсну характеристику фільтра і імпульсну характеристику вікна, то будуть ослаблені ділянки імпульсної характеристики фільтра на краях. Варто відзначити, що ділянки імпульсної характеристики фільтра посередині не отримують посилення, так як максимальний відлік будь-якого вікна не перевищує одиниці. Беручи це до уваги, помножимо імпульсну характеристику БИХ-фільтра на вікно (рис 6.3) і отримаємо відповідну імпульсну характеристику.

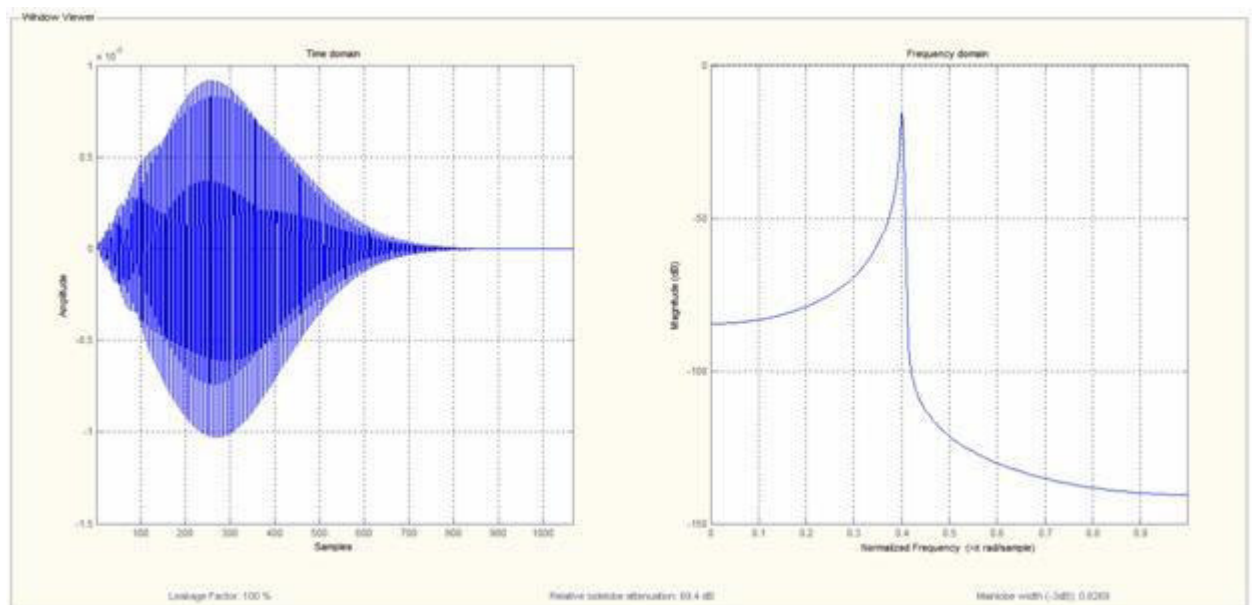


Рис. 6.3 – Результат множення імпульсної характеристики БИХ-фільтра на вікно.

Логічно, якісної АЧХ від такої операції не отримано. Безпосередньо імпульсну характеристику БИХ-фільтра не можна множити на коефіцієнти вікна.

Варто сказати, що іноді зручно застосовувати GUI `wvtool` для відображення імпульсної характеристики і АЧХ звичайних фільтрів (рис 6.1, 6.2, 6.3). Якщо це КИХ-фільтр, то параметром `wvtool` служить вектор коефіцієнтів чисельника, а якщо це Бих-фільтр, то параметром `wvtool` може служити його імпульсна характеристики (але ні в якому разі не коефіцієнти!).

## 6.2. Вибір фільтра для подальшого зважування

Для подальшого зважування виберемо функцію `sinc`. Цю функцію наводять як приклад для подальшого зважування в Help MATLAB. Її використовують найчастіше при проектуванні за допомогою вікон.

```
b = 0.4 * sinc (0.4 * (- 25:25));
```

Імпульсна характеристики і АЧХ функції показані на рис 6.4 і рис 6.5 відповідно.

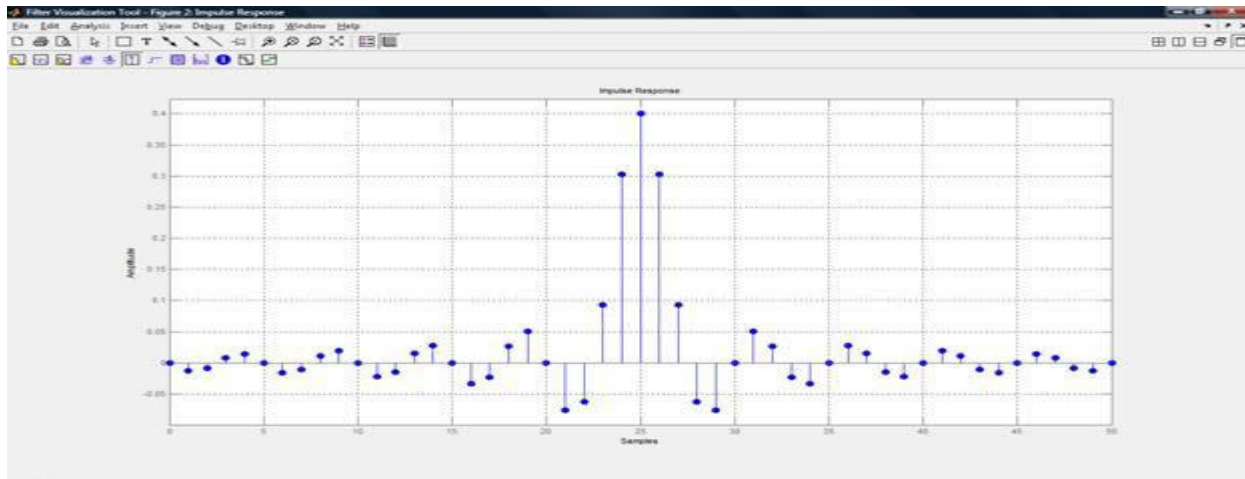


Рис. 6.4 – Імпульсна характеристики  $0.4 * \text{sinc}(0.4 * (-25:25))$

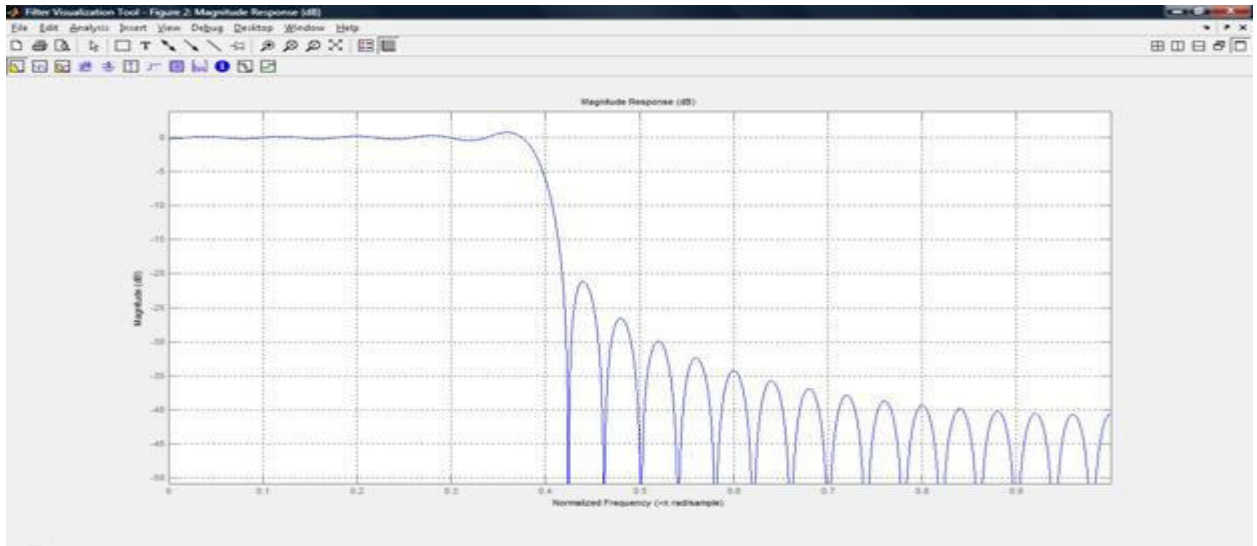


Рис. 6.5 – АЧХ  $0.4 * \text{sinc}(0.4 * (-25:25))$

Перший коефіцієнт (0.4) впливає на найвищу точку імпульсної характеристики, другий коефіцієнт (параметр функції sinc) впливає на частоту зрізу фільтра, третій і четвертий коефіцієнти (-25: 25) впливають на кількість відліків імпульсної характеристики.

### 6.3. Зважування фільтра

Зважимо фільтр sinc за допомогою поганого прямокутного і хорошого, що входить в ліву нижню чверть рис 6.6, вікна Блекмана:

`brect = b. * rectwin (51)'; % Синій колір на рис`

`bblack = b. * blackman (51)'; % Зелений колір на рис`

Результат показаний на рис 6.6 і 6.7.

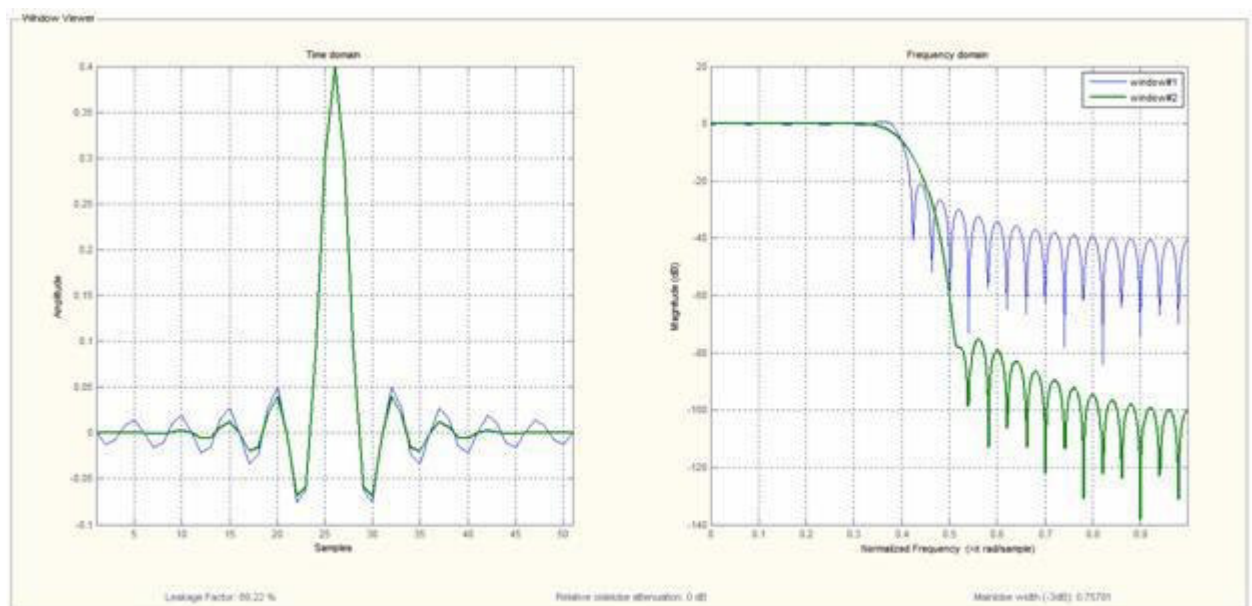


Рис. 6.6 – Спроектвані КИХ-фільтри. Амплітуда вказана в децибелах.

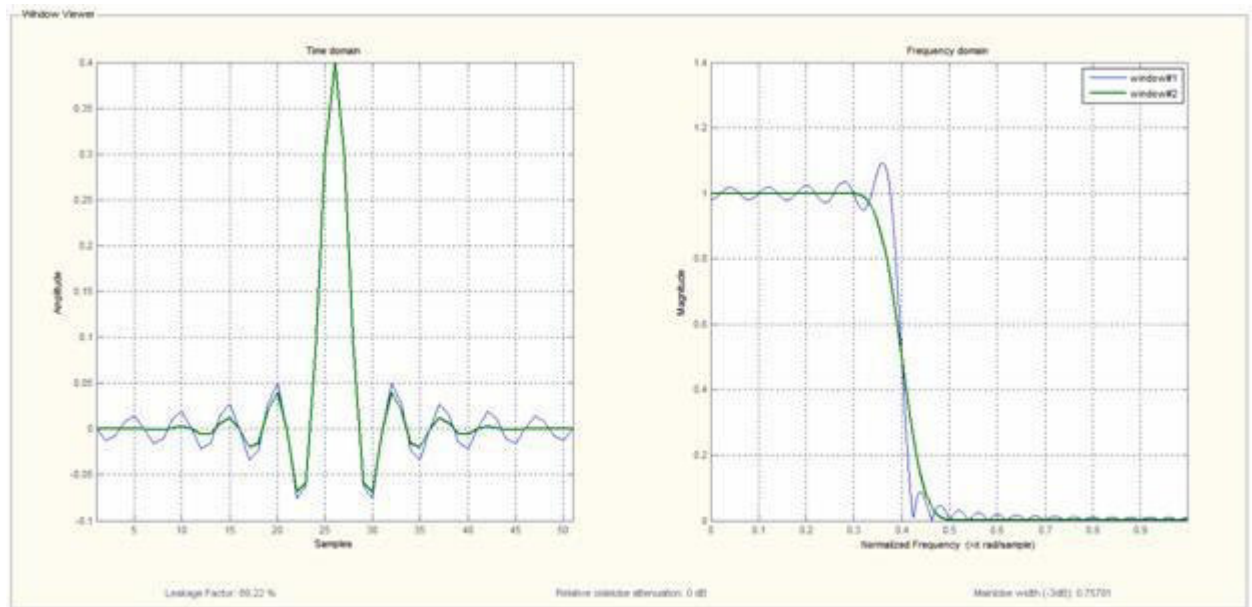


Рис. 6.7 – Спроектовані КИХ-фільтри. Амплітуда указана на лінійній шкалі.

#### 6.4. Вибір сигналу і пропускання його через фільтри.

##### Фільтрація синусоїдального сигналу

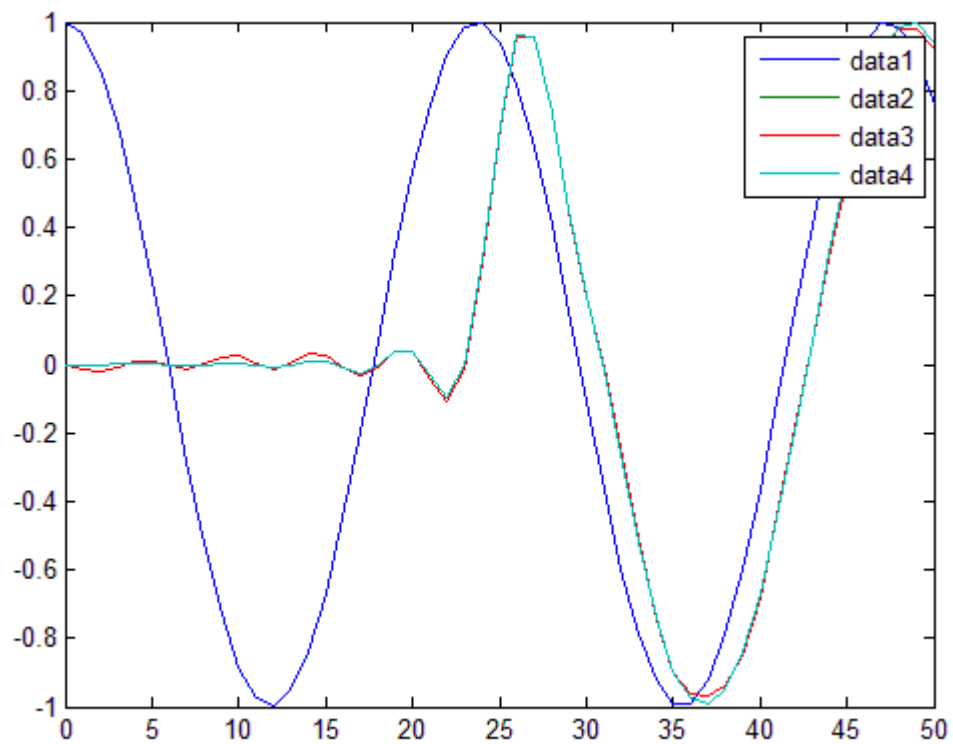


Рис. 6.8 – Фільтрація синусоїдального сигналу.

```
b = 0.4 * sinc (0.4 * (- 25:25)); % Обчислення коефіцієнтів
% Ідеального фільтра
```

```

brect = b. * rectwin (51) '; % Обчислення коефіцієнтів фільтра
% За допомогою прямокутного вікна
bblack = b. * blackman (51) '; % Обчислення коефіцієнтів фільтра
% За допомогою вікна Блекмана
t = 0:50; % Встановіть період, 51 відлік
x = cos (50 * t); % Обчислення косинусоїд з 51 відліку
y = filter (b, 1, x); % Фільтрація ідеальним фільтром
yrect = filter (brect, 1, x);
yblack = filter (bblack, 1, x); % Фільтрація неідеальним фільтром
xcoord = 0: 50; % Завдання координати по осі абсцис для графіка
plot (xcoord, x, xcoord, y, xcoord, yrect, xcoord, yblack)
% Data1 – самсигнал, data2, data3 (злилися) – фільтрація ідеальними
% Фільтром, побудованим за допомогою прямокутного вікна (червоний)
% Data4 - фільтрація сигналу фільтром, спроектованим за допомогою
% Вікна Блекмана (бірюзовий)

```

Рис 6.8 і 6.9 показує, що фільтр, розроблений з вікном Блекмана, має набагато кращу перехідну реакцію. У фільтрах у початковий момент часу відбувається перехідний процес, передбачається, що сигнал виник в нульовий момент часу, до цього його рівень був рівним нулю. Перехідна тривалість FIR-фільтру становить половину його імпульсної характеристики. Після завершення перехідного процесу ви зможете побачити, що фільтр затримує вхідний сигнал. Максимальні значення коливань перехідного процесу рівні, але видно, що фільтр, спроектований із використанням прямокутного вікна, поводить гірше в початкові моменти часу. Максимальна різниця між фільтрованими сигналами в ці моменти становить 2%.

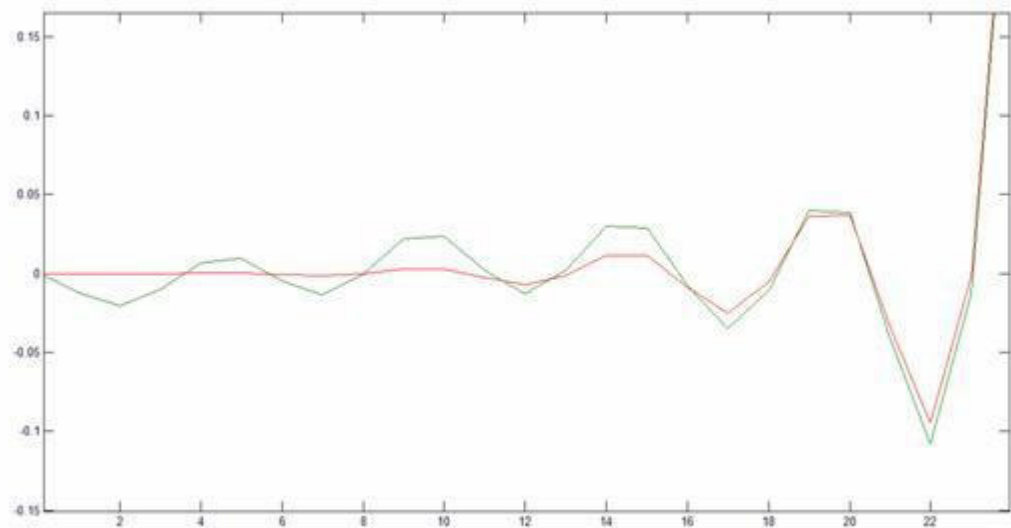


Рис. 6.9 – Перехідні характеристики різних фільтрів. Червоним кольором показана характеристики фільтра, спроектованого за допомогою вікна Блекмана, зеленим - з допомогою прямокутного вікна.

Також можна підтвердити висновки про те, що прямокутне вікно рівносильне відсутності вікна - графіки у і угест збігаються.

При оцінці дисперсії (в MATLAB ця оцінка здійснюється за допомогою функції  $\text{var}(x)$ ) може виявитися, що дисперсія сигналу на виході фільтра, спроектованого за допомогою вікна Блекмана більше, ніж дисперсія сигналу на виході фільтра, спроектованого за допомогою прямокутного вікна. Але це не повинно служити показником того, що вікно Блекмана гірше - насправді воно краще передає амплітуди вхідного сигналу, що видно з графіка (рис 6.10). Помилка фільтра, спроектованого за допомогою прямокутного вікна - 3 сотих, помилка хорошого фільтра при даному синусоїдальній сигналі - 1 сота (різниця в 1% по відношенню до подвоєною амплітудою вхідного сигналу в 2 одиниці).

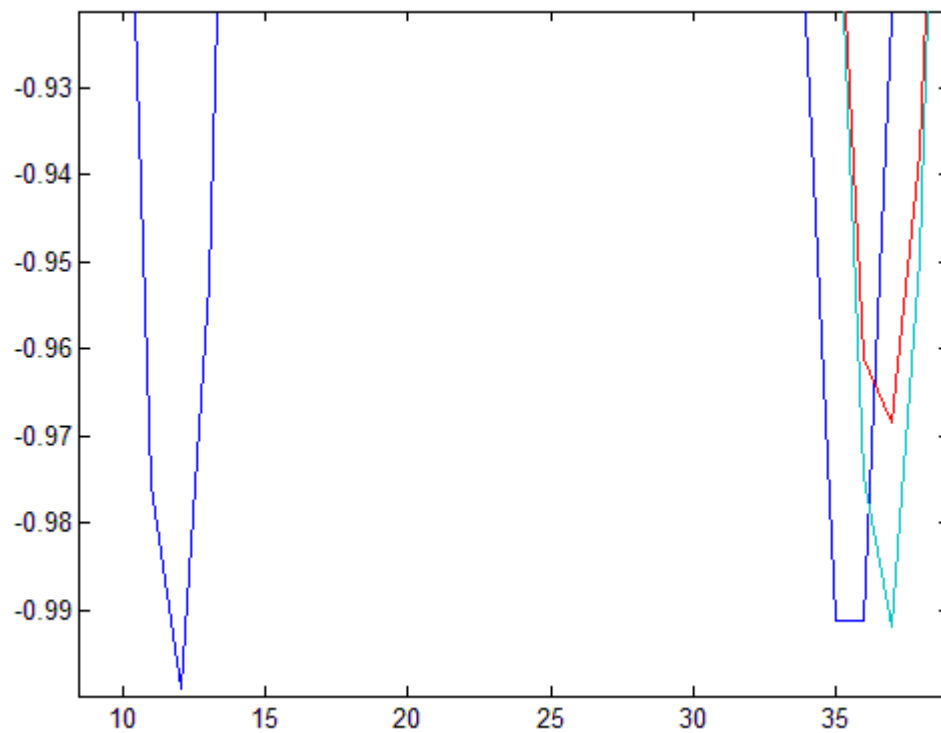


Рис. 6.10 – Вхідний сигнал (зліва, синій) і його передача різними фільтрами (праворуч, червоний і бірюзовий). Кольори збігаються з квітами на Рисунку 6.8 (див. Коментарі в коді.)

### Фільтрація експоненціального сигналу

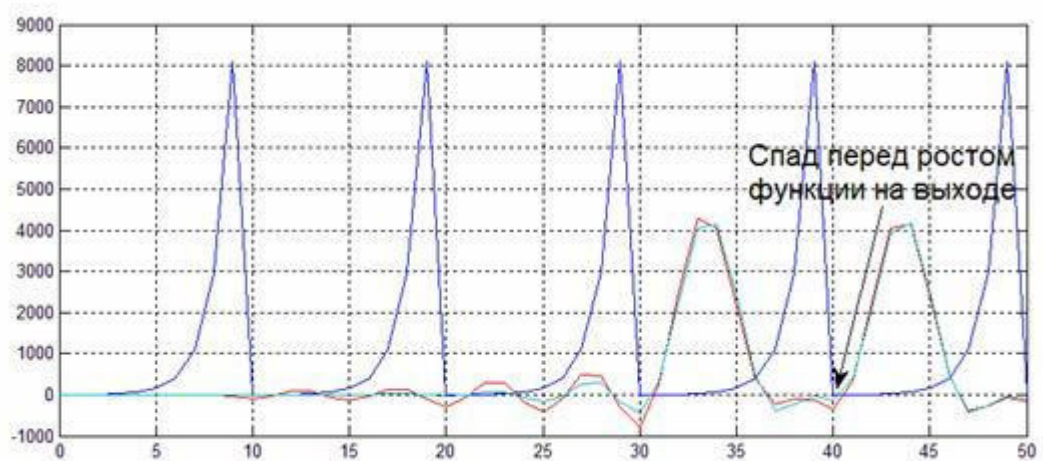


Рис. 6.11 – Фільтрація експоненціального сигналу.

% розрахунок коефіцієнт фільтрів:

$b = 0.4 * \text{sinc}(0.4 * (-25:25));$

$b_{\text{rect}} = b. * \text{rectwin}(51)';$

$b_{\text{black}} = b. * \text{blackman}(51)';$

```

% Формування входу:
t = 0: 9;
x = [exp (t) exp (t) exp (t) exp (t) exp (t) exp (0)];
% Фільтрація:
y = filter (b, 1, x);
yblack = filter (bblack, 1, x);
yrect = filter (brect, 1, x);
% Висновок у вигляді графіка:
xcoord = 0: 50;
plot (xcoord, x, xcoord, y, xcoord, yrect, xcoord, yblack)

```

Як видно в коді, було використано кілька однакових послідовностей експоненціальної функції. Це робиться з огляду на швидке зростання функції, щоб уникнути утворення великої кількості нулів у вхідній послідовності.  $x$  - вектор довжиною 51, складений з п'яти експонент по 10 відліків кожна і одного значення експоненти в нулі.

Перехідна характеристики в першій половині відліків від «хорошого» фільтра знову виявляється краще (різниця в 2-3%) і, більш того, на виході фільтра, спроектованого за допомогою прямокутного вікна, перед кожним зростанням експоненти можна помітити досить великий спад, якого немає у «хорошого» фільтра. Його величина становить 4%, якщо за 100% брати максимальну величину вхідного сигналу.

### Фільтрація функції Хевісайда

Функція Хевісайда може бути визначена як:

$$H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

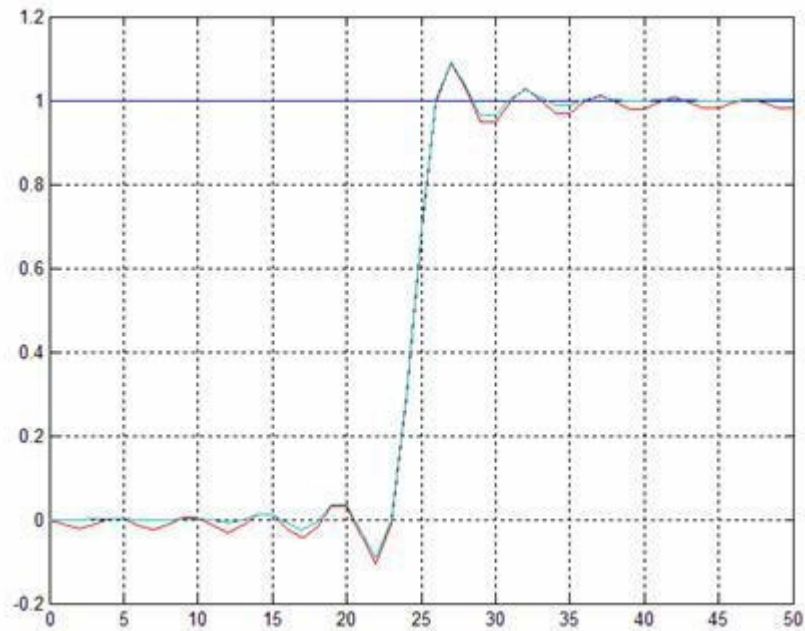


Рис. 6.12 – Фільтрація функції Хевісайда.

```
b = 0.4 * sinc (0.4 * (- 25:25));  
brect = b. * rectwin (51) ' ;  
bblack = b. * blackman (51) ' ;  
x = ones (51,1); % Опис одиниць функції при значеннях часу більше  
% Або рівних нулю  
% Функція ones (m, n) формує масив одиниць розмірності m на n  
% M - кількість рядків, n - кількість стовпців  
y = filter (b, 1, x);  
yblack=filter(bblack,1,x);  
yrect=filter(brect,1,x);  
xcoord=0:50;  
plot(xcoord,x,xcoord,y,xcoord,yrect,xcoord,yblack)  
grid on
```

На рис 6.12 показана вхідна функція Хевісайда (синій колір) і вихід фільтрів (червоним кольором показаний вихід фільтра, спроектованого за допомогою прямокутного вікна, бірюзовим – вихід фільтра, спроектованого за допомогою вікна Блекмана).

Якщо за 100% брати величину вхідного сигналу, то максимальна різниця в перехідній характеристиці (маються на увазі перші 25 відліків) знову складе 2-3%. Сигнал на виході «хорошого» фільтра на 2 відліку швидше входить в 10% інтервал, ніж сигнал на виході фільтра, спроектованого за допомогою прямокутного вікна (при 51 відліку ця різниця становить 4%). Якщо брати 5% інтервал, то різниця буде вже в 5 відліків, що становить 10% від усіх використовуваних відліків.

Дельта-функція і функція Хевісайда однозначно описують всі лінійні системи (тому функція одиничного стрибка, або функція Хевісайда, була розглянута), а КИХ-фільтри, як відомо, належать до безлічі лінійних систем. Це можна дуже просто простежити: потрібно подати на вхід не поодиноким імпульс в початковий момент часу і нулі після, і тоді кожен відлік виходу буде перевищувати відповідні відліки імпульсної характеристики в стільки, у скільки поданий імпульс перевищує одиничний, тобто, вихід при цьому вхіді - лінійна функція імпульсної характеристики.

### Фільтрація з використанням інших вікон

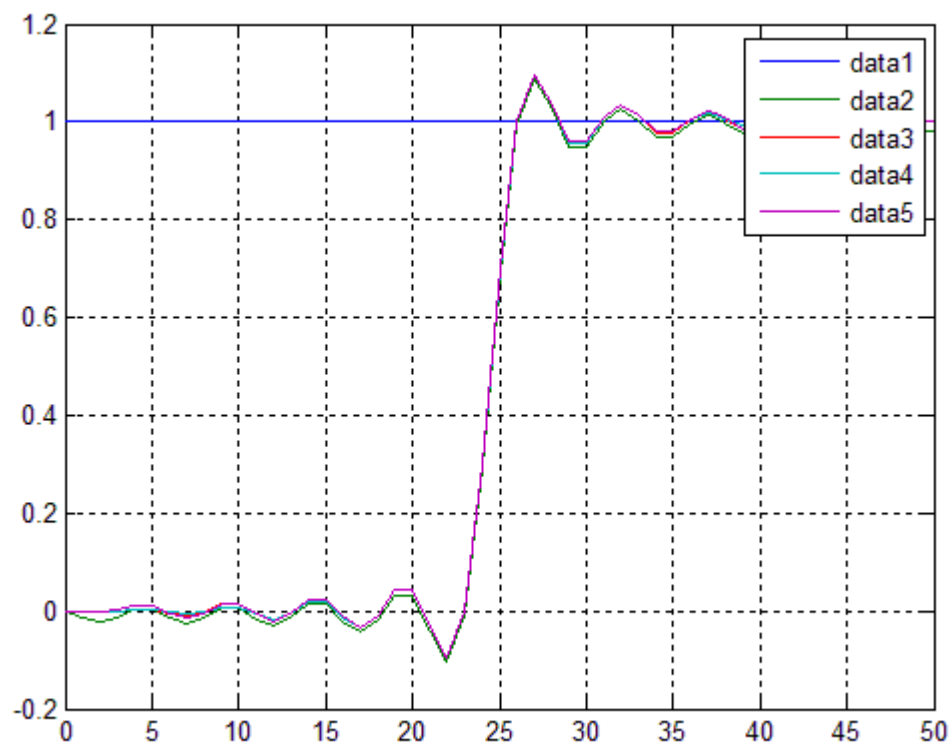


Рис. 6.13. Фільтрація функції Хевісайда. Використовувалися фільтри, створені за допомогою прямокутного вікна і вікон Тьюки.

```
b = 0.4*sinc(0.4*(-25:25));  
brect = b.*rectwin(51)'; % зелений  
bt50 = b.*tukeywin(51,0.5)';  
bt75 = b.*tukeywin(51,0.75)';  
bt25 = b.*tukeywin(51,0.25)';  
x=ones(51,1);  
y = filter(b,1,x);  
yt50=filter(bt50,1,x);  
yt75=filter(bt75,1,x);  
yt25=filter(bt25,1,x);  
yrect=filter(brect,1,x);  
xcoord=0:50;  
plot(xcoord,x,xcoord,yrect,xcoord,yt50,xcoord,yt75,xcoord,yt25)  
grid
```

Як видно з прикладу, поведінка створених фільтрів з використанням вікна Тьюкі в тимчасовій області ближче до поведінки фільтра, створеного на основі прямокутного вікна, ніж до поведінки фільтра, створеного на основі вікна Блекмана.

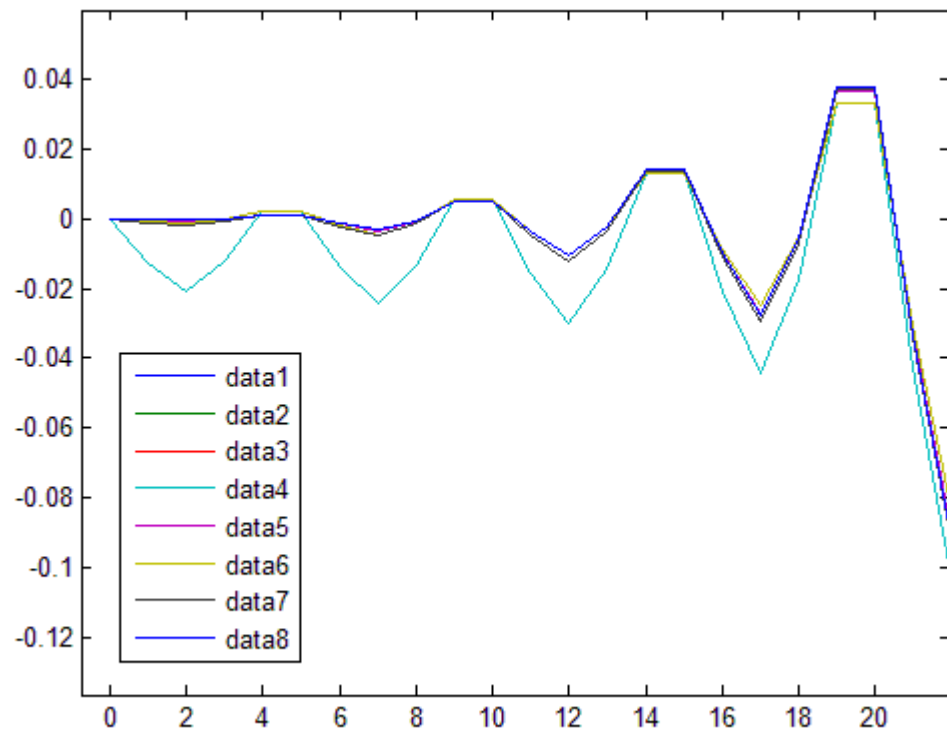


Рис. 6.14 – Перехідний процес. Використовувалися Bartlett-Hanning, Bartlett, Hamming, Hann.

```

b = 0.4 * sinc (0.4 * (- 25:25));
brect = b. * rectwin (51) '; % бірюзовий
bh = b. * barthannwin (51) '; bar = b. * bartlett (51) ';
ham = b. * hamming (51) '; han = b. * hann (51) ';
x = ones (51,1);
y = filter (b, 1, x); yrect = filter (brect, 1, x);
ybh = filter (bh, 1, x); ybar = filter (bar, 1, x);
yham = filter (ham, 1, x); yhan = filter (han, 1, x);
xcoord = 0: 50;
xn = 0.975 * ones (51,1); % Для 5% інтервалу
xv = 1.025 * ones (51,1); % Для 5% інтервалу
plot (xcoord, x, xcoord, xn, xcoord, xv, xcoord, yrect, xcoord, ybh, xcoord, ybar,
xcoord, yham, xcoord, yhan)

```

На рис 6.14. зображений частина перехідного процесу. Використовувалися наступні вікна: Bartlett-Hanning (data5 на рис 6.14), Bartlett (data6), Hamming (data7), Hann (data8).

Якщо одиницю брати за 100%, то максимальна різниця в першій половині перехідною області між усіма сигналами - близько 2%.

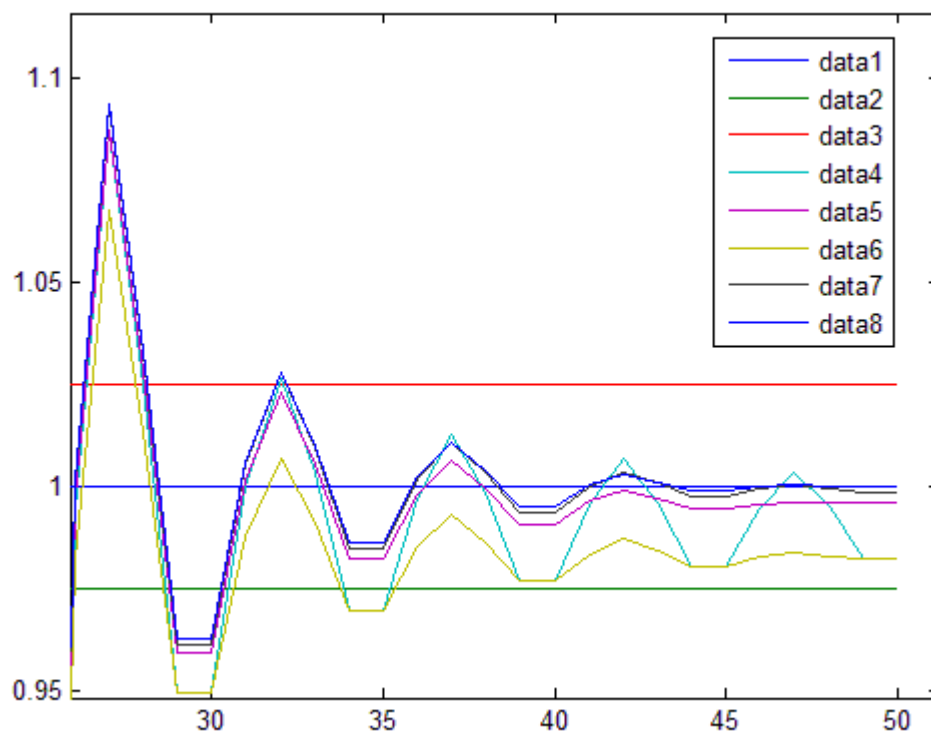


Рис. 6.15 – Останні 25 тимчасових відліків при фільтруванні одиничного стрибка. Вікна Bartlett-Hanning, Bartlett, Hamming, Hann.

Фільтри, отримані з використанням вікон Bartlett-Hanning (data5), Hamming (data7), Hann (data8), поведуться подібно до фільтру, отриманого застосуванням вікна Blackman - вони дозволяють сигналу раніше увійти в 5% інтервал (33 відлік). Але все ж слід зазначити, що на 51 відліку сигнали data5 і data7 трохи відрізняється від одиниці. Сигнал, відфільтрований за допомогою Bartlett, поводить себе подібно сигналу, відфільтрованому за допомогою rectwin - обидва входять в 5% інтервал на 36 відліку. Різниця становить 6% від усіх використовуваних відліків. Примітно, що, з чотирьох вищезазначених вікон, у Bartlett найвищий рівень першого бічного пелюстка, але також не можна залишати поза увагою тимчасову область вікна Bartlett, істотно відрізняється від тимчасових областей інших вікон.

Як раніше було зазначено - трикутне вікно і вікно Бартлетта мають схожі графіки в часовій області, а також однакові смуги пропускання, але різні смуги придушення в частотній області. Якщо поглянути на графік виходу фільтрів,

спроєктованих за допомогою цих вікон (рис 6.16), то можна побачити незначні відмінності (фільтр, спроектований за допомогою віконної функції bartlett, трохи краще - сигнал на виході в деяких місцях ближче до одиниці).

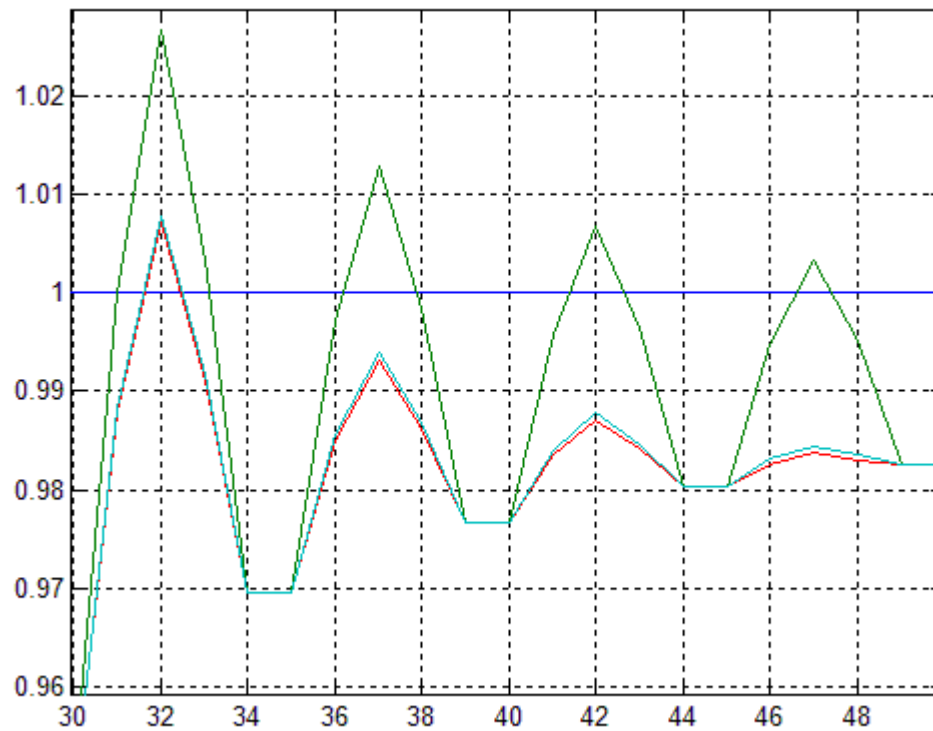


Рис. 6.16 – Останні 20 тимчасових відліків сигналу на виході фільтрів, спроектованих за допомогою bartlett (бірюзовий) і triang (червоний).

Оцінимо фільтрацію за допомогою вікон Nuttall і Blackman-Harris:

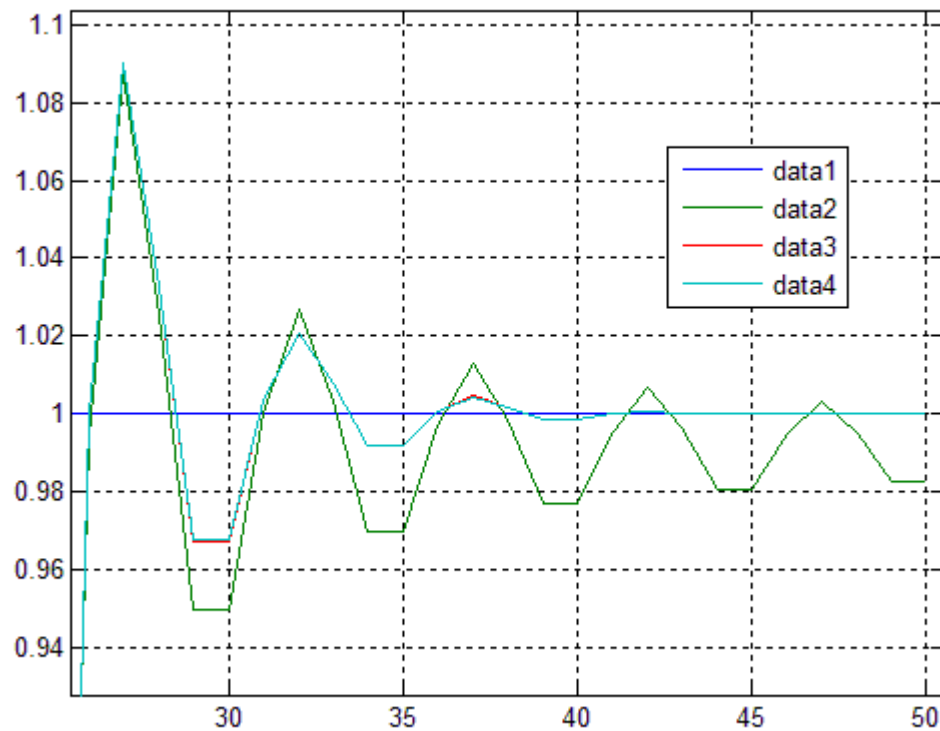


Рис. 6.17 – Фільтрація з допомогою Nuttall (красный) і Blackman-Harris (бірюзовий), друга половина відліків.

```
b = 0.4*sinc(0.4*(-25:25));
brect = b.*rectwin(51)'; % зелений
bnut = b.*nuttallwin(51)'; bbh = b.*blackmanharris(51)';
x=ones(51,1);
yrect=filter(brect,1,x);
ynut=filter(bnut,1,x); ybh=filter(bbh,1,x);
xcoord=0:50;
plot(xcoord,x,xcoord,yrect,xcoord,ynut,xcoord,ybh)
grid on
```

Незважаючи на досить істотну різницю в падінні бічних пелюсток (рис 1.20), різниці в відфільтрованих сигналах не видно.

При проектуванні в програмі MatLab фільтрів за допомогою різних типів вікон спостерігалася різниця між ними, а саме:

- Один з найбільш значних виявлених показників - поведінка перехідної смуги (це перші відліки, по довжині рівні половині імпульсної характеристики КИХ-фільтра). Максимальна різниця між відфільтрованими сигналами - 2-3%.
- Входження в 5% коридор при встановленні постійного рівня сигналу також може бути показником вікна. Різниця між відліками при входженнях сигналів на виходах фільтрів в коридор, віднесена до всіх відліках становить до 10%.
- Фільтри, спроектовані за допомогою різних вікон, по-різному передають вхідний сигнал, впливаючи на оцінку амплітуди (між відфільтрованими сигналами була виявлена різниця в 1%) і на саме уявлення вхідний функції після фільтрації (при використанні фільтра, створеного за допомогою rectwin, були виявлені спади перед ростом функції, причому різниця впливу поганого і хорошого вікна досягає 4%).

Необхідно розуміти, що прямого впливу бічні пелюстки на часову область відфільтрованого сигналу не роблять, так як новий сигнал є згортка старого з імпульсною характеристикою фільтра. Але, тим не менш, характеристики вікна можна визначити по максимальному рівню першого бічної пелюстки, можливо зробити висновок про те, як буде вести себе фільтр, зважений даними вікном: як фільтр, імпульсна характеристики якого спроектована за допомогою rectwin, або як фільтр, створений найкращим, в порівнянні з прямокутним, вікном.

Розглянемо рівень першого бічного пелюстка вікон, які брали участь в проектуванні, заздалегідь розділивши вікна на подібні з поведінки в часовій області відфільтрованого сигналу за допомогою прямокутного вікна і подібні з поведінки відфільтрованого сигналу за допомогою вікна Блекмана. Не будемо оцінювати перший бічний пелюсток щодо головного, як це прийнято в літературі, а оцінимо його абсолютно, по шкалі ординат, в Window Design & Analysis Tool.

Це можна з легкістю здійснити через нормування максимального значення часової області (одиниця).

Вікна, подібні прямокутному за своєю поведінкою, і абсолютний рівень їх першого бічної пелюстки (дані для 64 відліків):

- Bartlett (+3,44 дБ)
- Triangular, треугольное (+3,55)
- Tukey, для параметра 0,5 (+18,36)
- Само вікно Rectangular, прямокутне (+22,87)

Вікна, подібні вікна Блекмана за своєю поведінкою, і абсолютний рівень їх першого бічної пелюстки (дані для 64 відліків):

- Nuttall (-70,65)
- Blackman-Harris (-74,87)
- Hamming (-16,3)
- Hann (-1,53)
- Bartlett-Hanning (-5,89)
- Same вікно Blackman (-29,69)

Отже, біля вікон, подібних по поводженню в часовій області хорошому вікна Блекмана, спостерігається негативний абсолютний рівень бічних пелюсток. У вікон, подібних по поводженню в часовій області прямокутному вікна, спостерігається позитивний абсолютний рівень бічних пелюсток. Варто відзначити, що рівень головної пелюстки (mainlobe, свого роду смуга пропускання вікна) варіюється від 27,2 (вікно Nuttall) до 36,12 (прямокутне вікно), параметричні вікна оцінювалися з параметром за замовчуванням.

Деякі вікна з параметрами в повному обсязі описуються знаком абсолютного рівня першого бічного пелюстка.

Розглянемо вікно Гаусса з різним параметром  $\alpha$  (Рис 6.18). Чим більше  $\alpha$ , тим нижче рівень бічних пелюсток АЧХ.

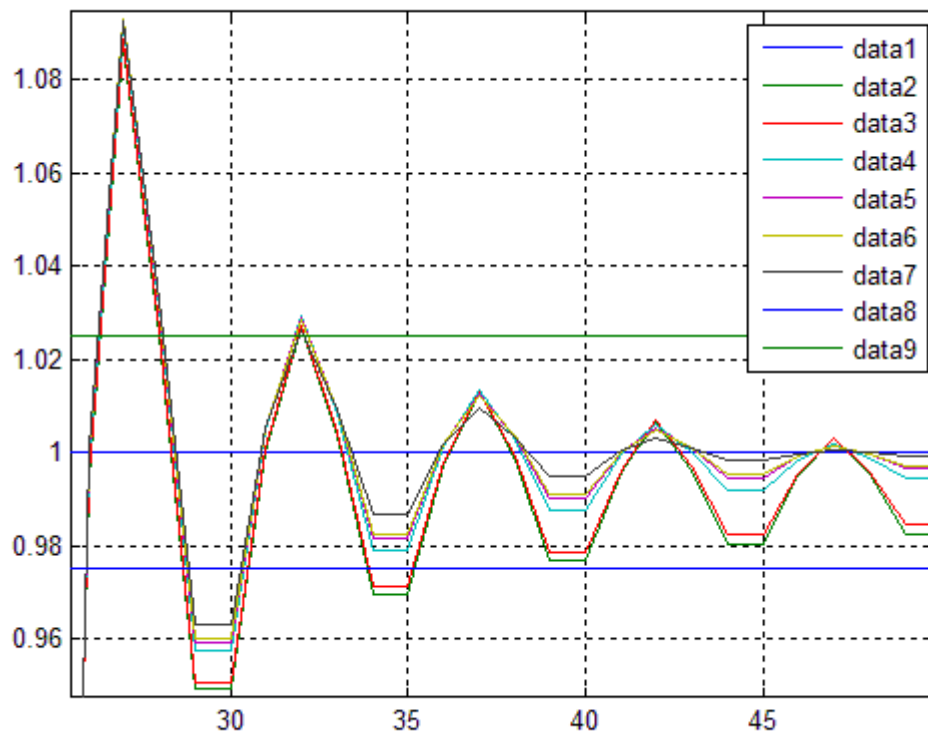


Рис. 6.18 – Фільтрація функції Хевісайда за допомогою вікон Гаусса.

```
b = 0.4 * sinc (0.4 * (- 25:25));
```

```
brext = b. * rectwin (51) '; % Зелений колір на графіку
```

```
% Далі буде приведений абсолютний рівень бічних пелюсток для
```

```
% Кожного використаного вікна (51 відлік) і колір на графіку
```

```
bg05 = b. * gausswin (51,0.5) '; % +19,76, червоний
```

```
bg15 = b. * gausswin (51,1.5) '; % +8,84, бірюзовий
```

```
bg18 = b. * gausswin (51,1.8) '; % +0.77, фіолетовий
```

```
bg19 = b. * gausswin (51,1.9) '; % -3.5, жовтий
```

```
bg25 = b. * gausswin (51,2.5) '; % -16.39, сірий
```

```
x = ones (51,1);
```

```
yrect = filter (brext, 1, x);
```

```
yg05 = filter (bg05,1, x);
```

```

yg15 = filter (bg15,1, x);
yg18 = filter (bg18,1, x);
yg19 = filter (bg19,1, x);
yg25 = filter (bg25,1, x);
xcoord = 0: 50;
xn = 0.975 * ones (51,1);
xv = 1.025 * ones (51,1);
plot (xcoord, x, xcoord, yrect, xcoord, yg05, xcoord, yg15, xcoord, yg18, xcoord,
yg19, xcoord, yg25, xcoord, xn, xcoord, xv); grid on

```

З графіка (Рис 6.18) видно, що чим нижче рівень бічних пелюсток застосовуваного вікна, тим більше сигнал на виході фільтра нагадує сигнал на виході фільтра, спроектованого за допомогою вікна Блекмана. Якщо абсолютний рівень першого з бічних пелюсток не більш 16.01 децибел ( $\alpha = 1$ ), то в разі вікна Гаусса відфільтрований сигнал, якщо параметром брати входження в 5% коридор, нагадує сигнал на виході фільтра, спроектованого за допомогою вікна Блекмана. Вікно Гаусса - це, в певному сенсі, виключення з правила. Корисним буде помітити, що максимальна різниця в перших 25 відлік відфільтрованого сигналу в 2% досягається при параметрі  $\alpha = 2.5$  і відповідному абсолютному рівні першого бічної пелюстки в -16.39 дБ.

Розглянемо вікно Чебишева. Параметр SidelobeAtten вказує рівень спаду бічних пелюсток по відношенню до головного пелюстка вікна.

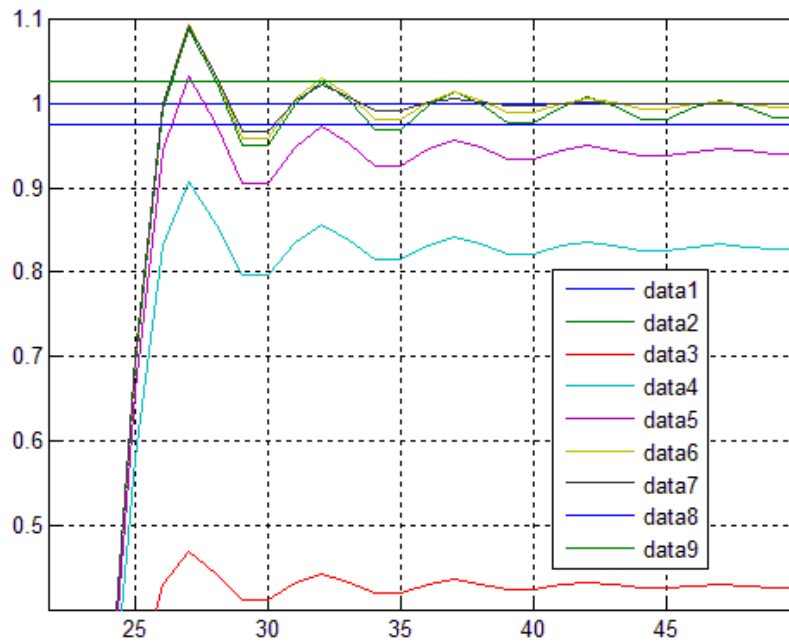


Рис. 6.19. Фільтрація функції Хевісайда за допомогою вікон Чебишева.

```

b = 0.4 * sinc (0.4 * (- 25:25));
brect = b. * rectwin (51) '; % Зелений колір на графіку
% Далі буде приведений абсолютний рівень бічних пелюсток для
% Кожного використаного вікна (51 відлік) і колір на графіку
bc20 = b. * chebwin (51,20) '; % + 5.23, червоний
bc25 = b. * chebwin (51,25) '; % +4.91, бірюзовий
bc26 = b. * chebwin (51,26) '; % +4.79 дБ, бузковий
bc26d5 = b. * chebwin (51,26.5) '; % +4.75 дБ, жовтий
bc100 = b. * chebwin (51,100) '; % -74.8 дБ, сірий
x = ones (51,1);
yrect = filter (brect, 1, x);
yc20 = filter (bc20,1, x);
yc25 = filter (bc25,1, x);
yc26 = filter (bc26,1, x);
yc26d5 = filter (bc26d5,1, x);
yc100 = filter (bc100,1, x);
xcoord = 0: 50;
xn = 0.975 * ones (51,1); % Для побудови 5% інтервалу

```

```

xv = 1.025 * ones (51,1); % Для побудови 5% інтервалу
plot (xcoord, x, xcoord, yrect, xcoord, yc20, xcoord, yc25, xcoord, yc26, xcoord,
yc26d5, xcoord, yc100, xcoord, xn, xcoord, xv)
grid

```

З графіка (Рис 6.19) видно, що сигнали, які пройшли через фільтри, зважені вікнами Чебишева з параметрами  $SidelobeAtten$ , меншими 26.5 навіть не входять в 5% інтервал. Отже, рівень першого бічних пелюсток для 51 відліку повинен бути менше або дорівнює +4.75, що також є винятком: при рівні першого бічних пелюсток +4.75 дБ, створений фільтр обробляє сигнал так, що той входить в 5% інтервал на 3 відліку раніше, ніж сигнал від фільтра, зваженого прямокутним вікном!

Максимальна різниця відфільтрованих сигналів в перших відліках буде поганим показником якості вікна – найбільша різниця з сигналом, відфільтрованим  $b. * Rectwin (51)'$ , у сигналу, отриманого фільтром, зваженим вікном з параметром  $SidelobeAtten = 20$  (менше, ніж у хороших вікон Чебишева).

Вікно Кайзера також може мати хороші характеристики при малому, але позитивному, рівні першого бічної пелюстки (наприклад, при  $\beta = 3$ ). Виходить, що всі параметричні вікна, крім Тьюки, не повинні аналізуватися за знаком максимального рівня першого бічного пелюстка.

Порівнюючи отримані результати в часовій області параметричні вікна, крім вікон Тьюки, не підкоряються тим закономірностям, що були отримані для інших, не параметричних, вікон пакета MATLAB.

- Рівні бічних пелюсток, при яких вікна показують хороший результат (гарне входження в 5% інтервал) при впливі на функцію Хевісайда:
  - Вікно Гаусса:  $\leq + 16.01$  дБ для 51 відліку.
  - Вікно Чебишева:  $\leq + 4.75$  для 51 відліку.
  - Вікно Кайзера:  $\leq + 6.43$  для 51 відліку.

## 7. Спектральний аналіз

Як було зазначено раніше, що вікна впливають на просочування спектральних складових і на можливості виявлення двох близьких тонів. Просочування і можливості виявлення взаємопов'язані: якщо в інші частотні області буде просочуватися сильний сигнал, то він з легкістю може «поховати», як прийнято виражатися в англійській літературі, слабкий сигнал (отже, його буде неможливо виявити). Просочування - більш важливий показник якості вікна, ніж входження в 5% коридор або поведінку в перших відліку відфільтрованої функції Хевісайда.

При аналізі спектра потрібно вибрати велику кількість параметрів: число аналізованих точок вхідних даних, роздільну здатність по частоті, перелік частот, на яких слід вимірювати спектральну енергію, вагову функцію, на яку множиться сигнал, інтервали часу між послідовними вимірами спектра і, можливо, метод усереднення цих послідовних вимірювань.

### 7.1. Розрахунок спектра потужності в MATLAB

Розрахувати спектр потужності в MATLAB набагато складніше, ніж часову область сигналу на виході. Спектр потужності в MATLAB найчастіше розраховується за участю будь-якого з вікон (методи періодограм і Велч за замовчуванням використовують прямокутне вікно або інше, якщо воно вказане в якості параметра). Але якщо потрібно розрахувати спектр потужності вихідного сигналу без множення на вікно, можна і потрібно використовувати БПФ - один з перших і найпростіших методів оцінки спектра. Будемо дотримуватися одного і того ж методу оцінки спектра потужності як для вихідного сигналу, так і для відфільтрованого.

Отже, метод оцінки спектра потужності сигналу в середовищі MATLAB:

*Fs = 1024; % Частота дискретизації (семплірованія) - частота, з*

*% Якої братимуть відлік сигналу.*

*t = 0: 1 / Fs: 1; % Вектор годині, відповідній частоті Fs.*

*x = sin (2 \* pi \* t \* 200) + 0.09 \* sin (2 \* pi \* t \* 210.5); % Два накладення*

*один на одного*

```

% Синусоїдальних сигналу з частотами 200 Гц і 210.5 Гц і
% Відповідними амплітудами в спектрі потужності 0.5 і 0.0045
% (Різниця більш ніж в 100 разів).
% Щоб оптимізувати БПФ, накачують сигнал достатньою кількістю
% Нулів так, щоб його довжина була ступенем двійки:
nfft = 2 ^ (nextpow2 (length (x))); % Знаходження наступного ступеня двійки
fftx = fft (x, nfft); % Алгоритм ШПФ накачує x деякою кількістю нулів,
% Щоб його довжина була ступенем двійки, якщо довжина x менше nfft;
% В разі, якщо довжина x більше nfft, сигнал x обрізається.
% Значення амплітуди БПФ будуть симетричні,
% Тому перші (nfft + 1) / 2 точок будуть унікальними,
% Але це число може виявитися дробовим.
NumUniquePts = ceil ((nfft + 1) / 2); % Ceil округлює аргумент до цілого.
fftx = fftx (1: NumUniquePts); % Вектор значень БПФ обрізається,
% Залишаються тільки унікальні значення.
mx = abs (fftx); % В вектор mx записуються абсолютні значення fftx.
% Потрібно розуміти, що в елементах fftx може бути комплексна частина.
mx = mx / length (x); % Масштабування
mx = mx. ^ 2; % Для оцінки потужності амплітуда береться в квадраті.
% Наступна частина коду, конструкція if, примножує на 2 компоненти
% Спектра, які не є компонентами Найквіста:
if rem (nfft, 2)
mx (2: end) = mx (2: end) * 2;
else
mx (2: end -1) = mx (2: end -1) * 2;
end
f = (0: NumUniquePts-1) * Fs / nfft; % Розрахунок вектора частот.
plot (f, mx); % Висновок графіка спектра потужності.
title ( 'Power Spectrum of a Sine Wave'); % Висновок назви графіка.
xlabel ( 'Frequency (Hz)'); % Висновок величини і розмірності по x.
ylabel ( 'Power'); % Висновок величини по y.

```

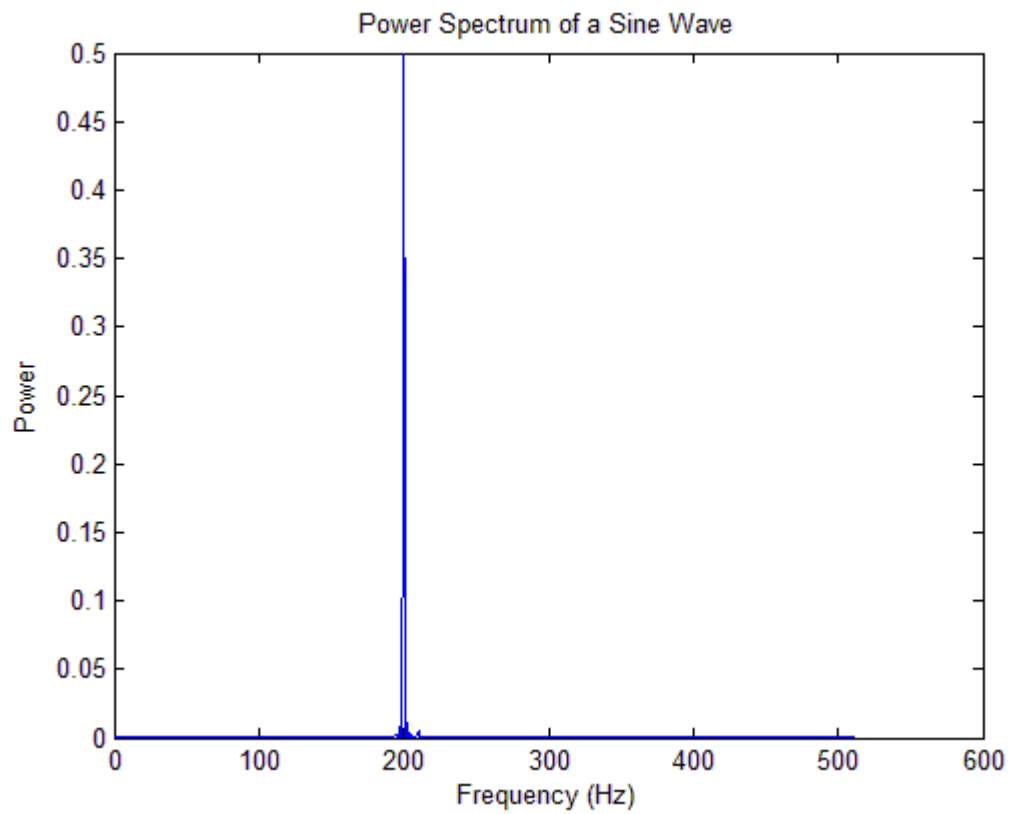


Рис. 7.20 – Спектр потужності сигналу  $\sin(2 * \pi * t * 200) + 0.09 * \sin(2 * \pi * t * 210.5)$  (див.Код).Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті)  $= 0.5$ .

Співвідношення слабого тону і сильного  $= 0.898\%$ .

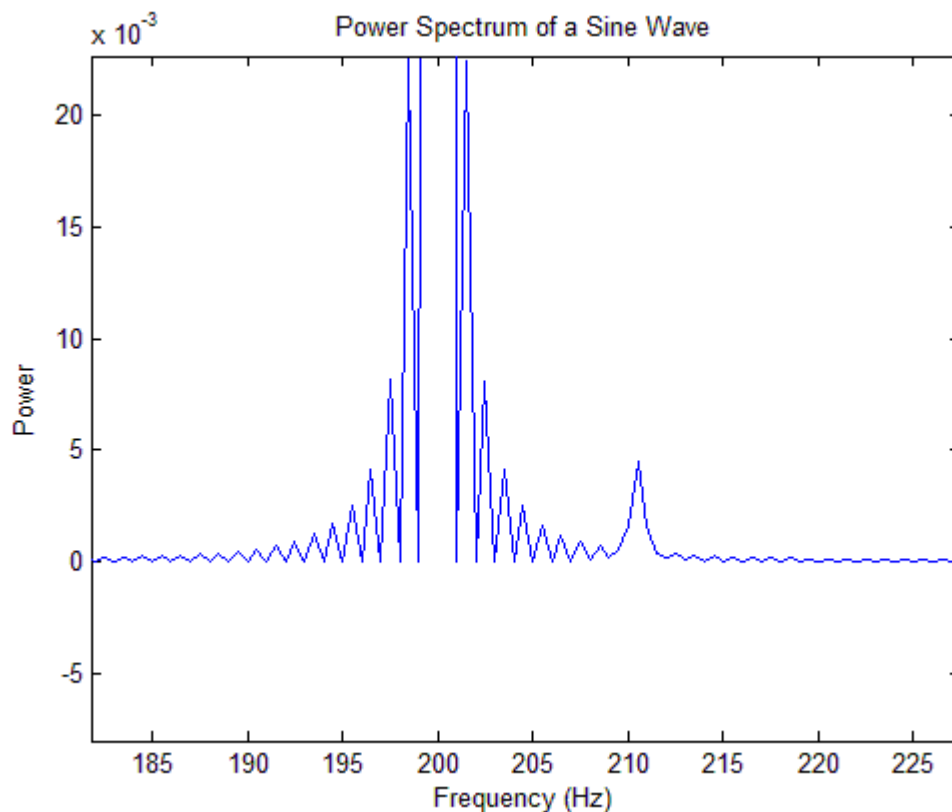


Рис. 7.21 – Сусідні тони: слабкий в присутності сильного, обраний інший масштаб. Графік той же, що і на рис 3.20.

## 7.2. Розрахунок спектрів потужності відфільтрованих за допомогою різних вікон сигналів

Для розрахунку спектра потужності відфільтрованого сигналу потрібно користуватися таким же методом (по-перше, різні методи дають різні результати, по-друге, немає необхідності ускладнювати завдання), як і для розрахунку спектра потужності вихідного сигналу. Іншими словами, сигнал на виході просто потрібно підставити замість сигналу на вході. Відфільтруємо сигнал (рис 7.20 і 7.21) за допомогою різних вікон, наведемо код для отримання спектра потужності сигналу на виході фільтра, зваженого прямокутним вікном:

```

Fs = 1024;
t = 0: 1 / Fs: 1;
x = sin (2 * pi * t * 200) + 0.09 * sin (2 * pi * t * 210.5);
b = 0.4 * sinc (0.4 * (- 25:25)); % Розрахунок коефіцієнтів ідеального фільтра
brect = b. * rectwin (51)'; % Зважування за допомогою прямокутного вікна
y = filter (brect, 1, x); % Фільтрування
nfft = 2 ^ (nextpow2 (length (y)));
ffty = fft (y, nfft);
NumUniquePts = ceil ((nfft + 1) / 2);
ffty = ffty (1: NumUniquePts);
my = abs (ffty);
my = my / length (y);
my = my. ^ 2;
if rem (nfft, 2)
my (2: end) = my (2: end) * 2;
else
my (2: end -1) = my (2: end -1) * 2;
end
f = (0: NumUniquePts-1) * Fs / nfft;
plot (f, my);
title ('Power Spectrum (rectwin)');
xlabel ('Frequency (Hz)');
ylabel ('Power');
grid

```

Будь-яке вікно вносить корективи в амплітуду відліків спектру. Далі до всіх спектральних характеристик додається інформація про максимальної потужності в спектрі на виході і про процентне співвідношення значень потужностей слабого тону і сильного (ніж це відношення більше, тим краще). Інтервал в 10.5 дБ між тонами для нашого прикладу з синусоїдами досить великий, тому структура бічних пелюсток великого сигналу навіть для прямокутного вікна не може поглинути головний пелюстка слабого сигналу, через що можна чисельно порівняти вплив вікон на спектр потужності сигналу.

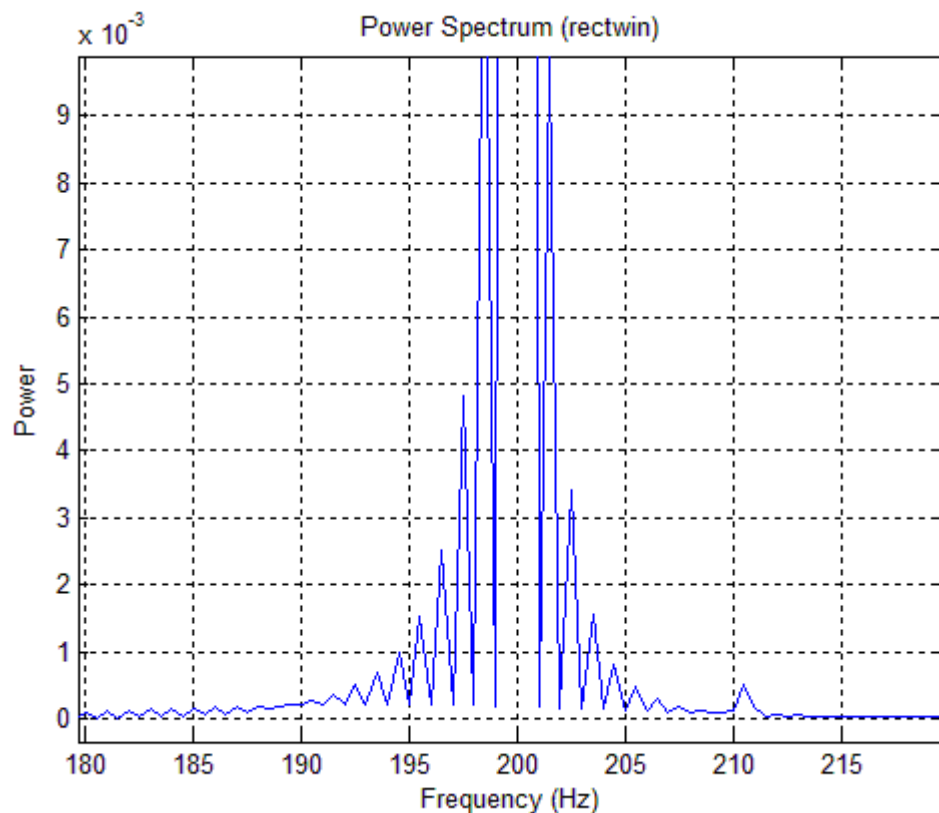


Рис. 7.22 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю прямокутного вікна.

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.25. (Точність до сотих.)

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.202%.

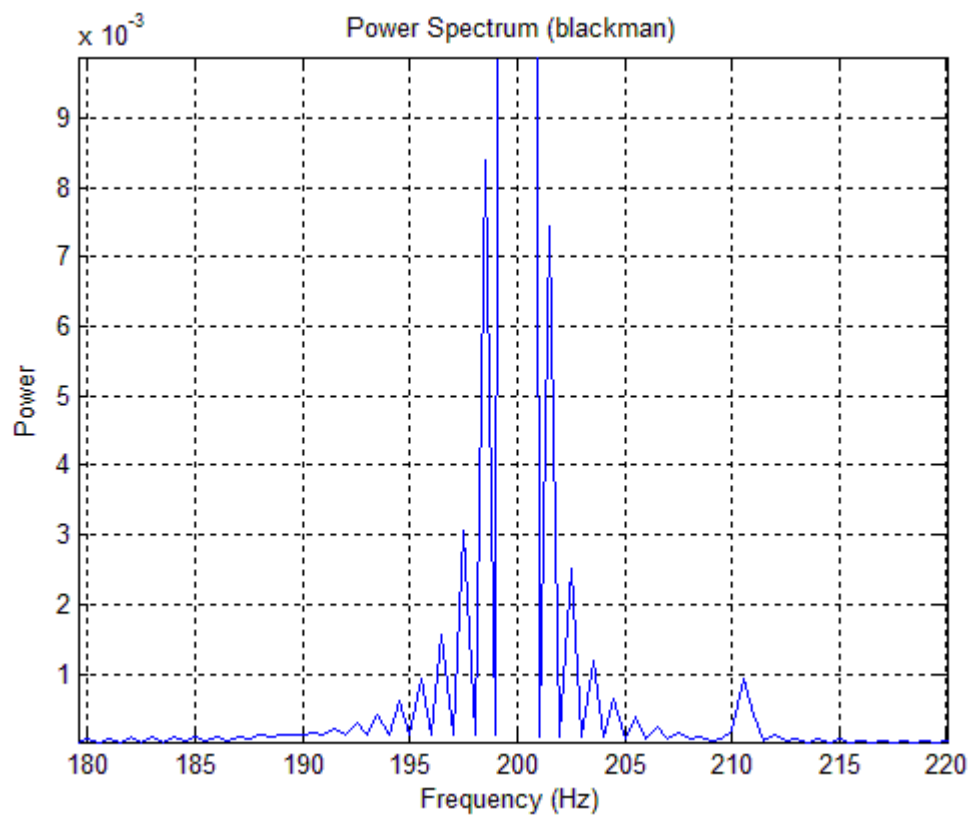


Рис. 7.23 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю вікна Блекмана.

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.1700.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.554%.

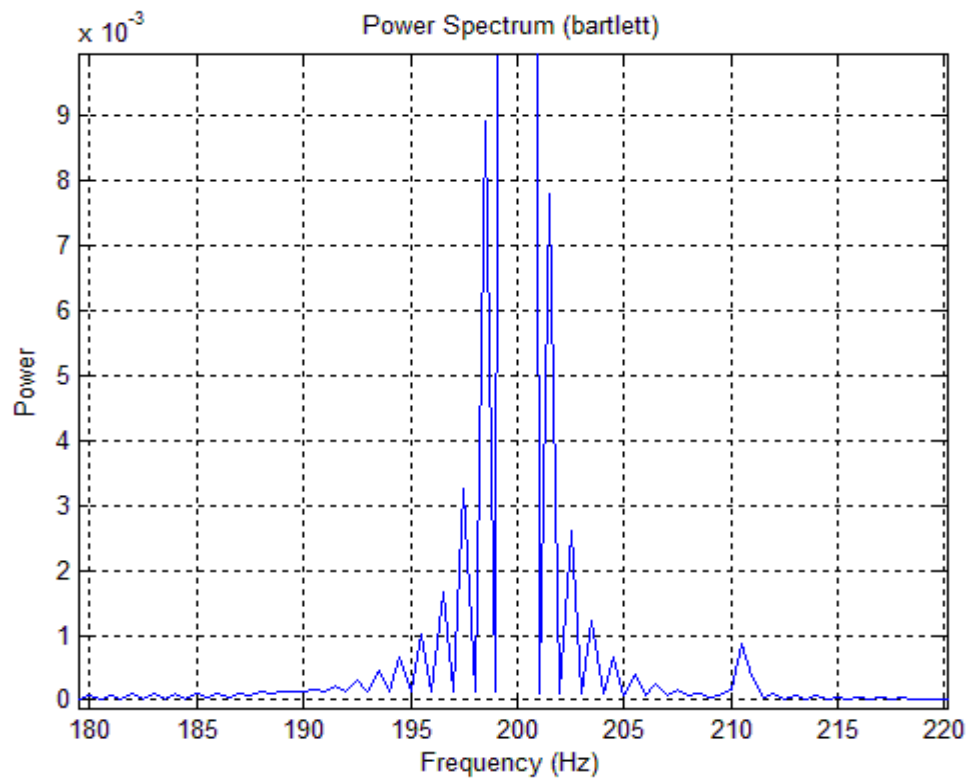


Рис. 7.24 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю вікна Бартлетта.

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.1791.  
 Співвідношення слабого тону і сильного = 0.483%.

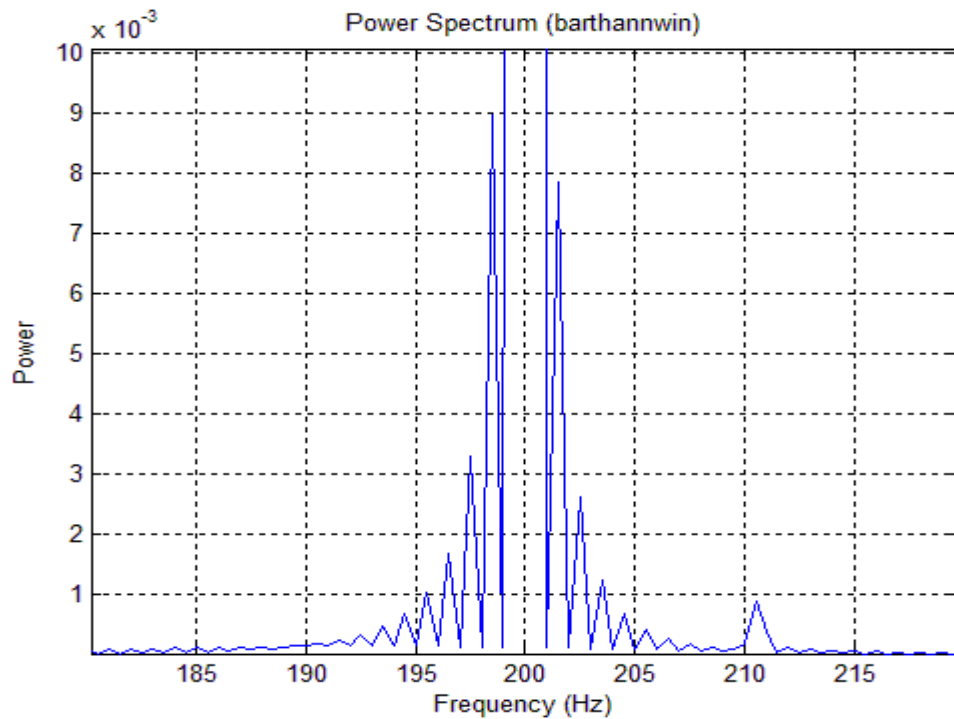


Рис. 7.25 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого з вікном Бартлетта-Хеннінга.

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.1802.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.483%.

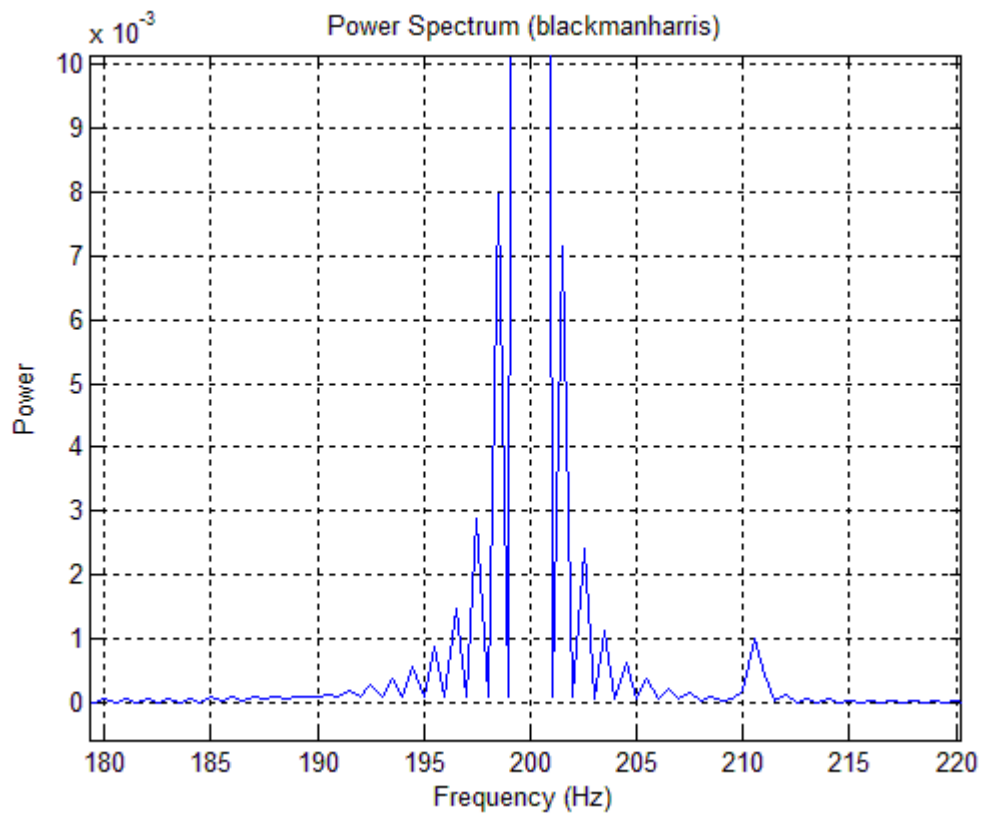


Рис. 7.26 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю вікна Блекмана-Харріса.

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.1621.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.615%.

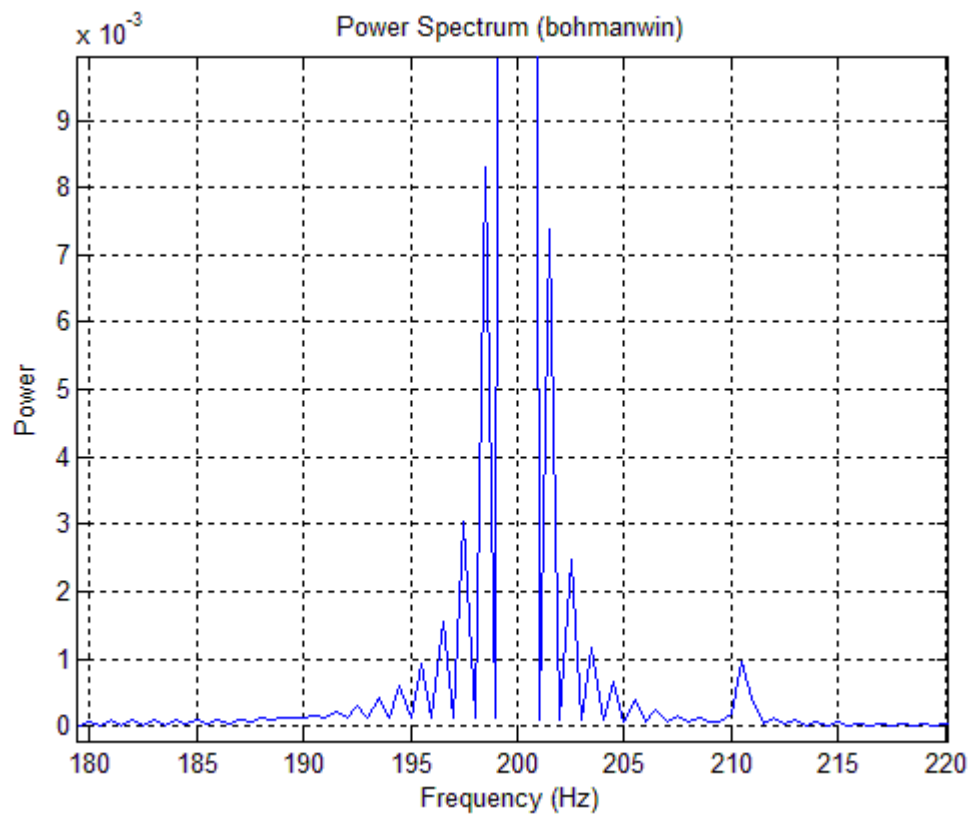


Рис. 7.27 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю вікна Бома.

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.1681.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.568%.

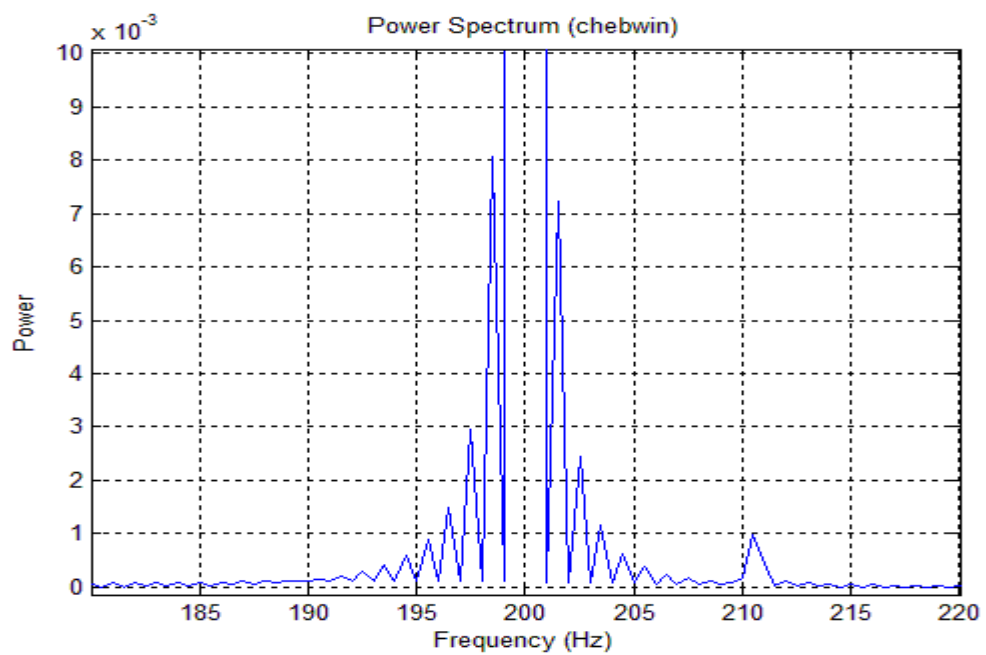


Рис. 7.28 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю вікна Чебишева (100дБ).

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.1641.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.599%.

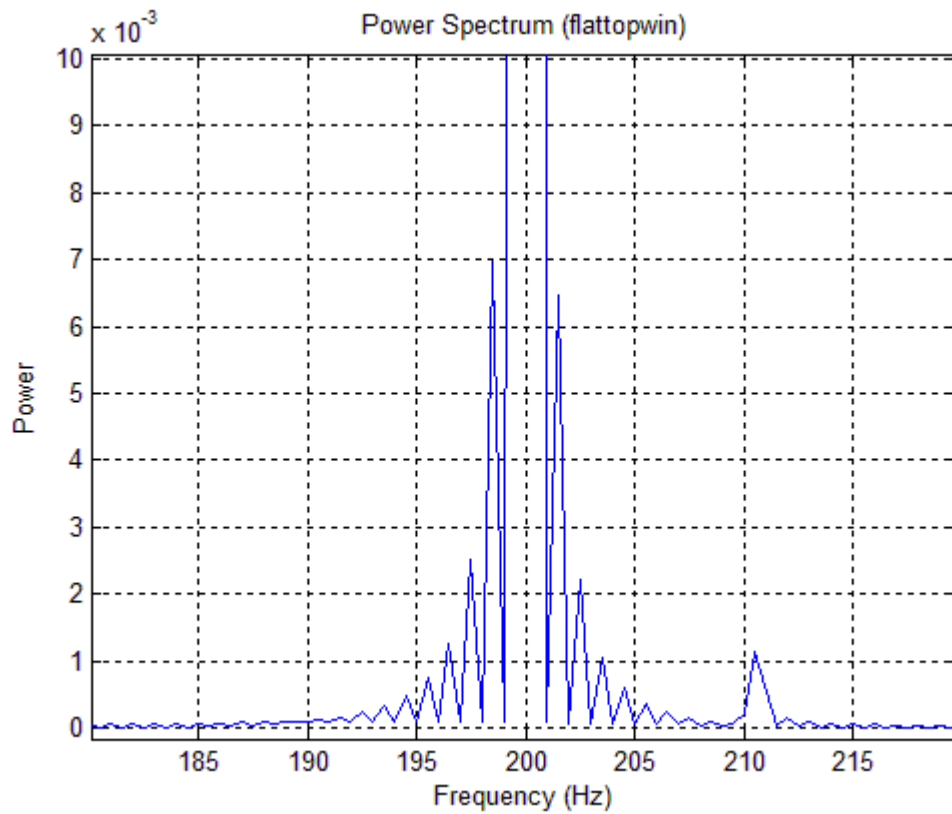


Рис. 7.29 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю вікна Flat Top.

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.1444.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.785%.

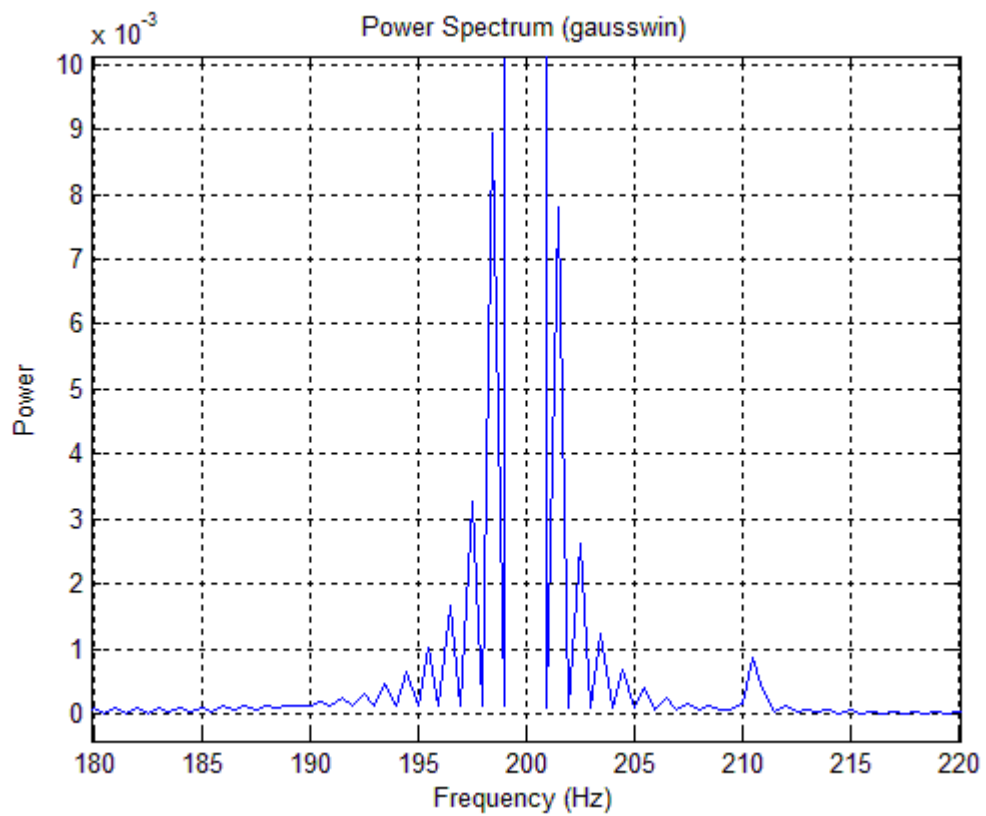


Рис. 7.30 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю вікна Гаусса ( $\alpha = 2.5$ ).

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.1798.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.488%.

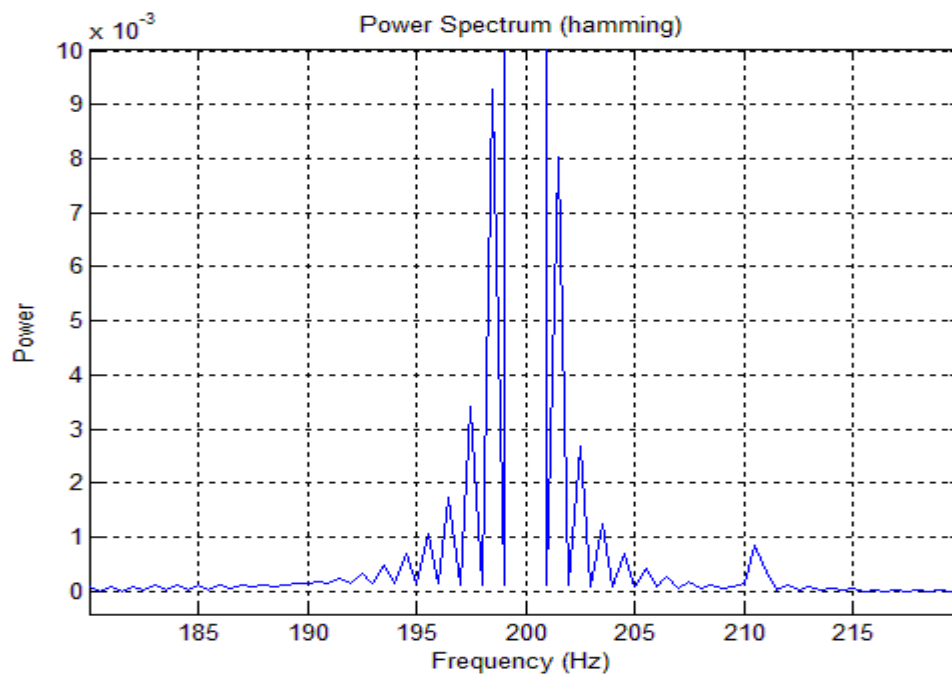


Рис. 7.31 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю вікна Хеммінга.

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.1857.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.452%.

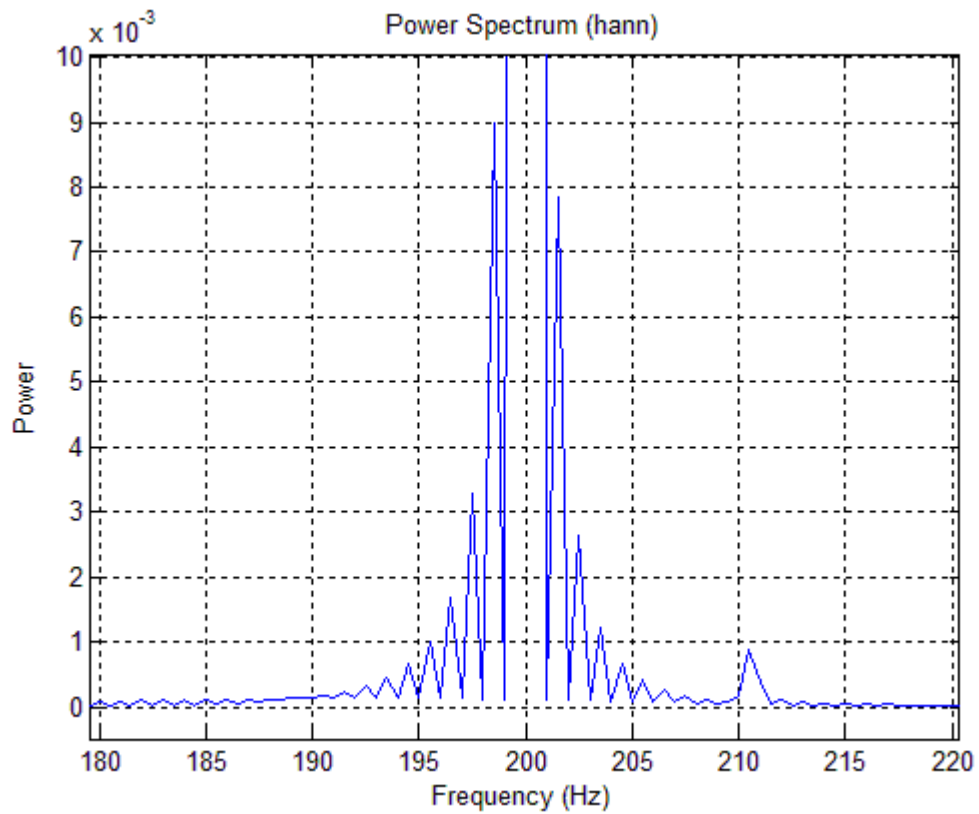


Рис. 7.32 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого з участю вікна Ханна.

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.1805.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.483%.

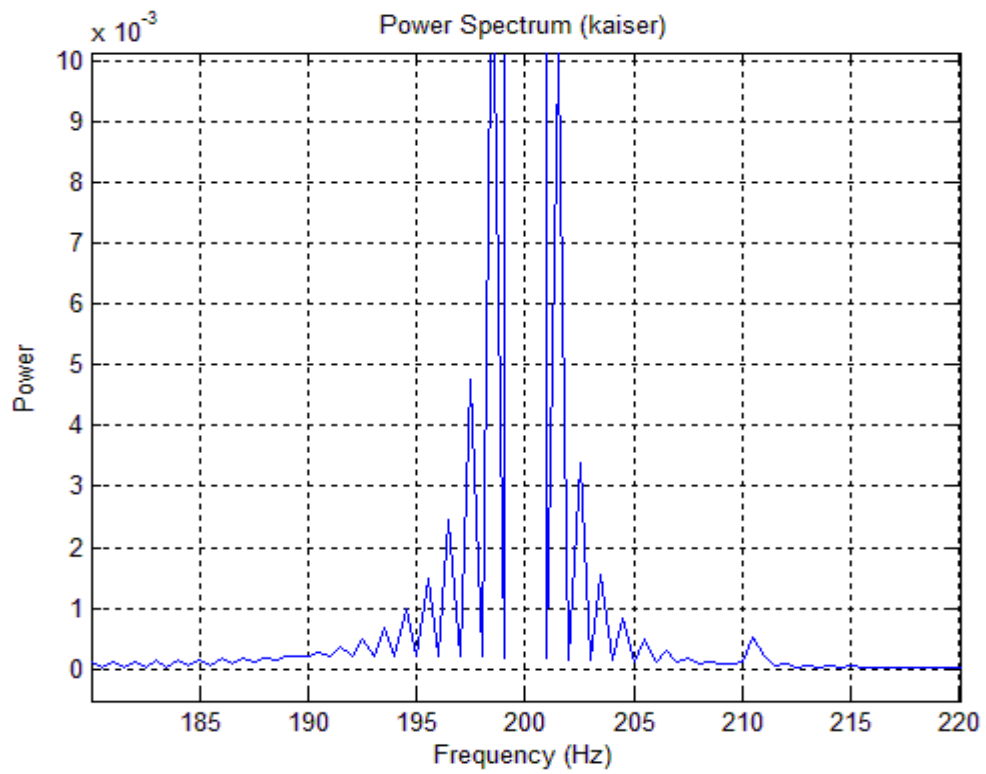


Рис. 7.33 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю вікна Кайзера ( $\beta = 0.5$ ).

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.2477.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.209%.

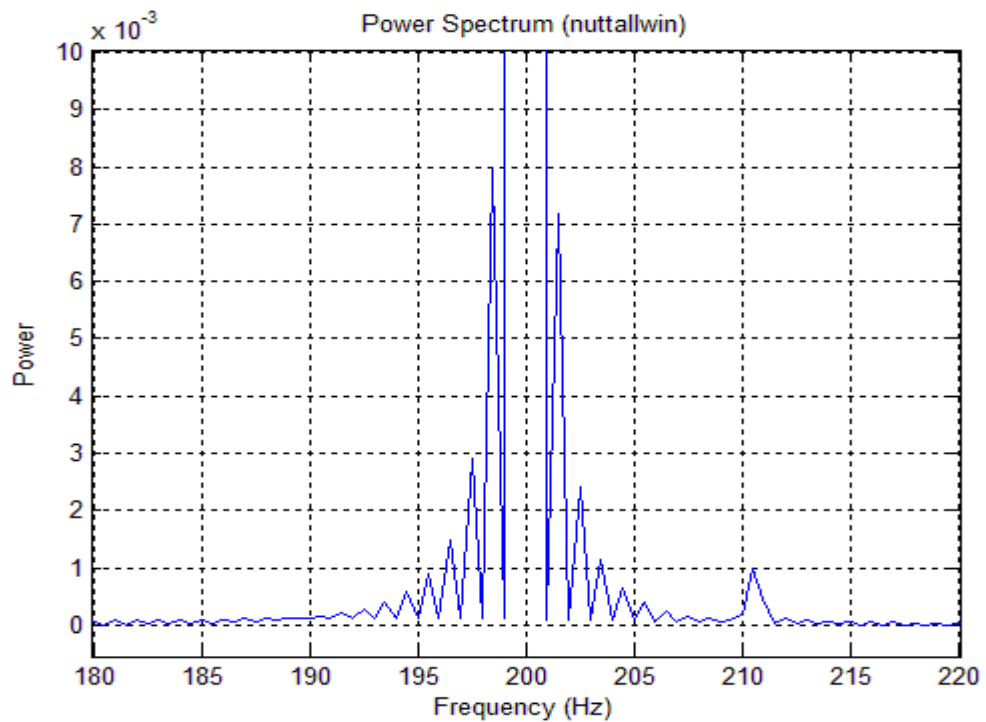


Рис. 7.34 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю вікна Наталла.

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.1627.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.61%.

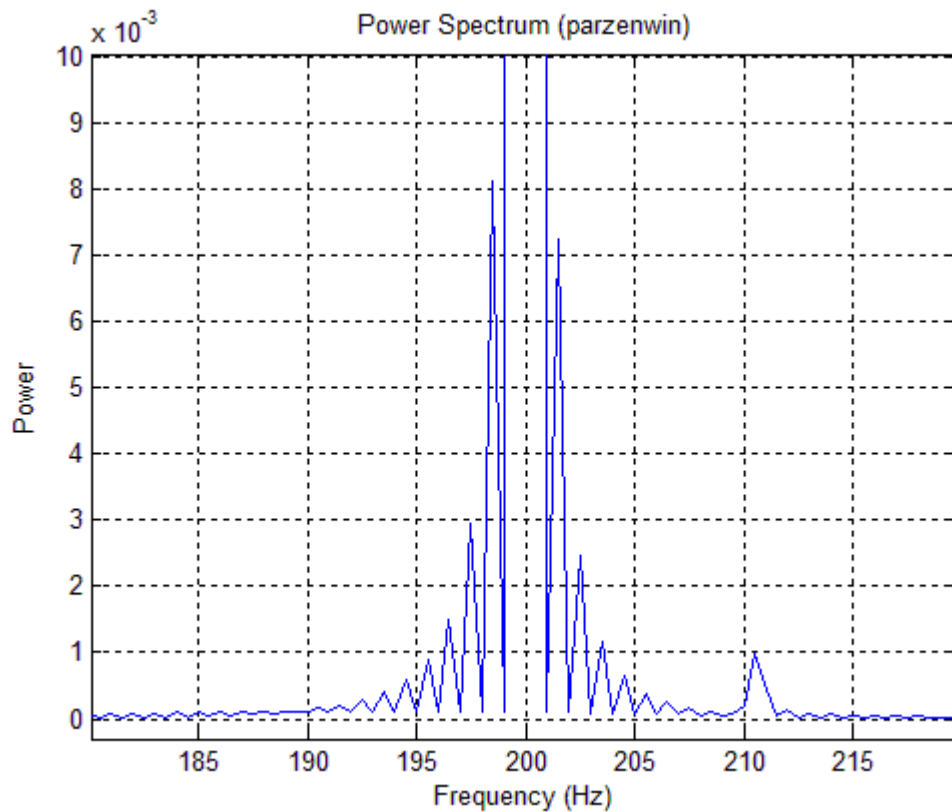


Рис. 7.35 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю вікна Парзена.

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.1652.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.59%.

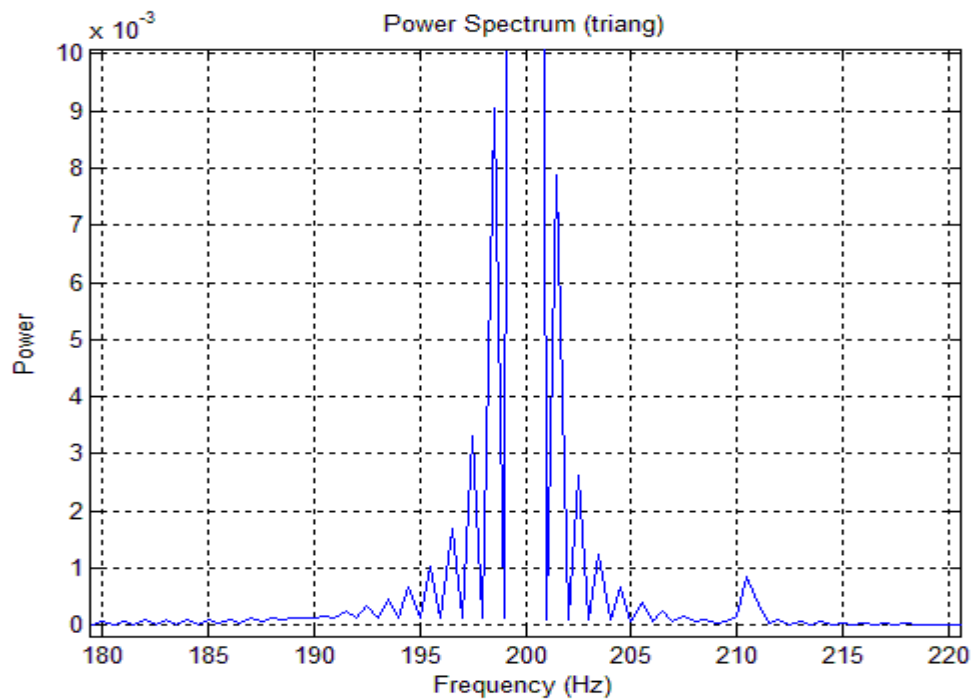


Рис. 7.36 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю трикутного вікна.

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.1816.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.468%.

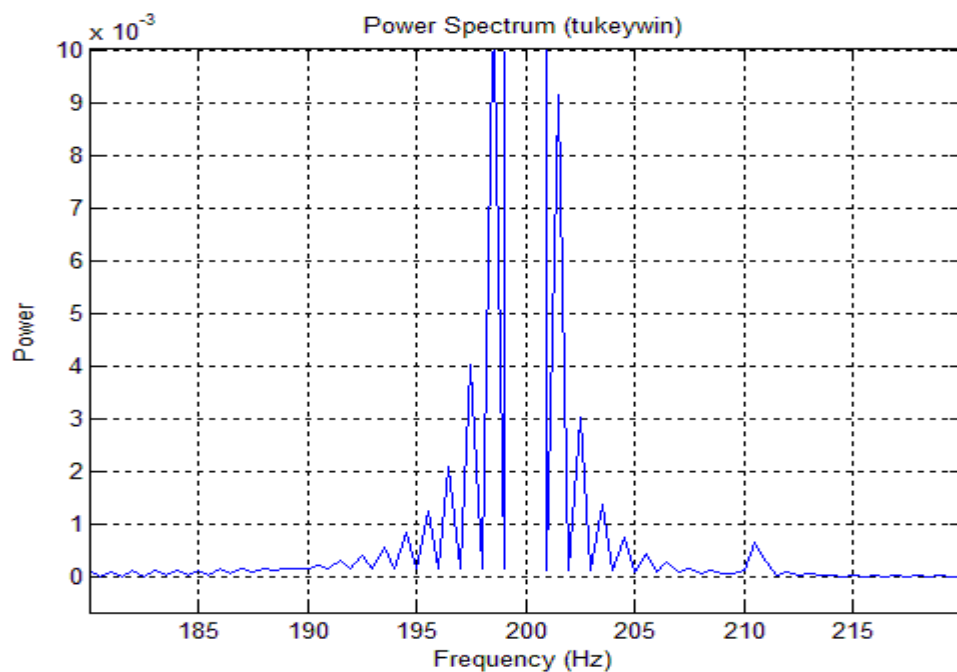


Рис. 7.37 – Спектр потужності сигналу, відфільтрованого за участю вікна Тьюки ( $\alpha = 2.5$ ).

Максимальне значення потужності (амплітуда в квадраті) = 0.2154.

Співвідношення слабого тону і сильного = 0.313%.

***Вікна від гіршого до кращого по спектральних характеристиках,  
висновки***

| Вікно                   | Відношенні тонів, максимальна потужність спектра |
|-------------------------|--------------------------------------------------|
| (гірше)<br>Прямокутне   | 0.202%, 0.25                                     |
| Кайзера                 | 0.209%, 0.2477                                   |
| Тьюки ( $\alpha=2.5$ )  | 0.313%, 0.2154                                   |
| Хемминга                | 0.452%, 0.1857                                   |
| Треугольное             | 0.468%, 0.1816                                   |
| Ханна                   | 0.483%, 0.1805                                   |
| Бартлетта-Хеннинга      | 0.483%, 0.1802                                   |
| Бартлетта               | 0.483%, 0.1791                                   |
| Гаусса ( $\alpha=2.5$ ) | 0.488%, 0.1798                                   |
| Блэкмана                | 0.554%, 0.1700                                   |
| Бомана                  | 0.568%, 0.1681                                   |
| Парзена                 | 0.590%, 0.1652                                   |
| Чебышева<br>(100 дБ)    | 0.599%, 0.1641                                   |
| Натгалла                | 0.610%, 0.1627                                   |
| Блэкмана-ХарРиса        | 0.615%, 0.1621                                   |
| (Ліпше) Flat<br>Тор     | 0.785%, 0.1444                                   |

Варто зауважити, що наведена таблиця може незначно змінитися, якщо слабкий сигнал буде знаходитися в 2 і більше разів ближче до сильного (посилиться вплив бічних пелюсток сильного сигналу; також для кожного вікна грає велику роль частота слабого сигналу, її розташування між відліками БПФ,

тому вікно має вибиратися, виходячи з конкретного випадку і конкретного завдання).

При більш близькому розташуванні слабого і сильного сигналів кращі вікна будуть краще впливати на спектр профільованого сигналу, а гірші можуть дозволити структурі бічних пелюсток повністю поглинути головний пелюстка слабого сигналу.

На виявлення слабого сигналу на виході фільтра впливає розмивання головної пелюстки сильного сигналу по осі частот. Сигнали, інтенсивність яких не перевищує рівня розмитого головної пелюстки, невиявний.

Ф. Дж. Херріс так характеризує здатність до виявлення слабких сигналів вікнами, наявними і в MATLAB: добре працюють всі вікна сімейства Блекмана, вікно Бома, вікна Гаусса, погано працюють прямокутне вікно, трикутне вікно, вікно Тьюки. Якщо виявлення слабких сигналів в присутності сильних необхідно за умовами конкретного завдання, то різниця між тим чи іншим вікном величезна.

Що стосується рівня бічних пелюсток, то, якщо порівняти до Таблиці 1 отриманий ряд вікон, буде простежуватися тенденція до зменшення рівня найбільшого бічної пелюстки (наведені вікна, від гіршого до кращого, і відповідні рівні бічних пелюсток): прямокутне вікно (-13 дБ), вікно Хеммінга (-43), трикутне вікно (-27), вікно Гаусса при  $\alpha = 2.5$  (-42), вікно Блекмана (-58), вікно Бома (-46), вікно Блекмана-Харріса ( $> 61$ ).

## Перелік джерел посилання

1. Цифрова обробка аудіо- та відеоінформації у мультимедійних системах: Навчальний посібник / О.В. Дробик, В.В. Кідалов, В.В. Коваль, Б.Я. Костік, В.С. Лазебний, Г.М. Розорінов, Г.О. Сукач. – К.: Наукова думка, 2008.
2. Андрищенко О. А. Основи автоматизованого проектування електромеханічних пристроїв і електромеханічних систем: конспект лекцій. Одеса: ОНПУ, 2011.
3. Заболотній С. В. Цифрове оброблення сигналів: Посібник для студентів напряму підготовки 6.050901 "Радіотехніка" усіх форм навчання [Електронний ресурс] / Авт.-укл. С. В.Заболотній ; За ред. проф. Ю. Г. Леги ; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси: ЧДТУ, 2010. – 119 с.
4. Цифрова обробка сигналів в телекомунікаційних системах: підручник / Г. Г. Бортник, В. М. Кичак. – Вінниця : ВНТУ, 2014. –232 с.
5. Цифрова обробка сигналів. Навчальний посібник – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006. - 167с.
6. Тотосько О.В., Стухляк П.Д. Цифрова обробка сигналів та зображень / Навчальний посібник. – Тернопіль: ТНТУ, 2016 – 132с.
7. Бабак В.П., Хандецький В.С., Шрюфер Е. Обробка сигналів. / Підручник для студентів технічних спеціальностей вузів. — К.: «Либідь», 1999 – 496 с.
8. Richard G. Lyons. Understanding Digital Signal Processing, 3rd Edition. - Prentice Hall, 2011. – 954 p.
9. Колєнов С. О. Цифрова обробка інформації: Методичний посібник до лабораторного практикуму для студентів радіофізичного факультету / Колєнов С. О./ – Київ: Радіофізичний факультет Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2008. – 56 с.
10. Метрологія та вимірювальна техніка : Підручник — 2-е вид., доп. Та переробл. /Є.С.Поліщук, М.М. Дорожовець, В.О. Яцук, В.М. Ванько, Т.Г.

Бойко; За ред. Є.С. Поліщука; — Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2012.  
— 544 с

11. Ricardo A. Losada Digital Filters with MATLAB - The MathWorks, Inc.,  
2009. - 237 с.

12. Fredric J. Harris On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the  
Discrete Fourier Transform - IEEE, 1978. – vol66, 172-204pp.

13. Обробка сигналів: Підручник / В.П.Бабак, В.С.Хандець-кий,  
Е.Шрюфер. —К. Либідь, 1996. —392 с.